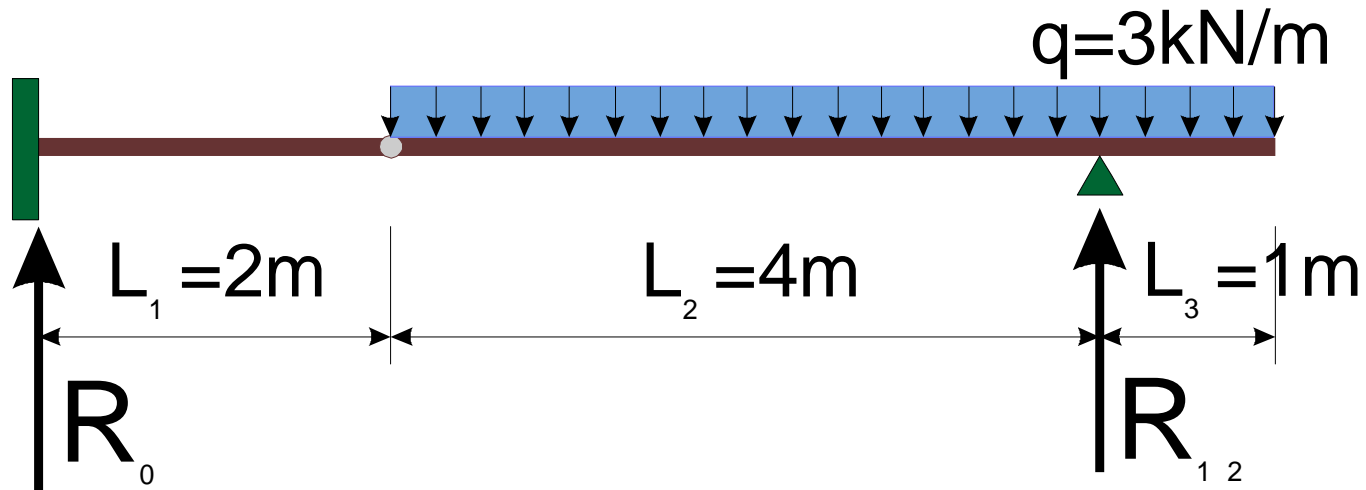


Beam deflection by Finite Difference Method - Test problem Nr 2



ORIGIN := 0

$E := 12 \text{ GPa}$ - Young modulus for wood

$b := 12 \text{ cm}$ - Cross section breadth

$h := 20 \text{ cm}$ - Cross section height

$J := b \cdot \frac{h^3}{12}$ $J = 8000.000 \cdot \text{cm}^4$ - Moment of the inertia for the beam cross section

$L1 := 2 \text{ m}$ $L2 := 4 \text{ m}$ $L3 := 1 \text{ m}$ $L := 7 \text{ m}$ $q := 3 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$

Reaction forces in the support

$$R_{12} := \frac{1}{L_2} \cdot \left[\frac{q \cdot (L_2 + L_3)^2}{2} \right] \quad R_{12} = 9.375 \cdot \text{kN}$$

$$R_0 := q \cdot (L_2 + L_3) - R_{12} \quad R_0 = 5.625 \cdot \text{kN}$$

$$n := 14$$

$$\Delta := \frac{L}{n} \quad \alpha := \frac{\Delta^2}{E \cdot J}$$

$$i := 0 .. n$$

$$X_i := i \cdot \Delta$$

Bending moments functions

$$M_3(x) := -q \cdot \frac{(L - x)^2}{2} \quad x \in \langle L_1 + L_2, L \rangle$$

$$M_2(x) := M_3(x) + R_{12} \cdot (L_1 + L_2 - x) \quad x \in \langle L_1, L_1 + L_2 \rangle$$

$$M_1(x) := M_2(x) + q \cdot \frac{(L_1 - x)^2}{2} \quad x \in \langle 0, L_1 \rangle$$

Bending moments matrix

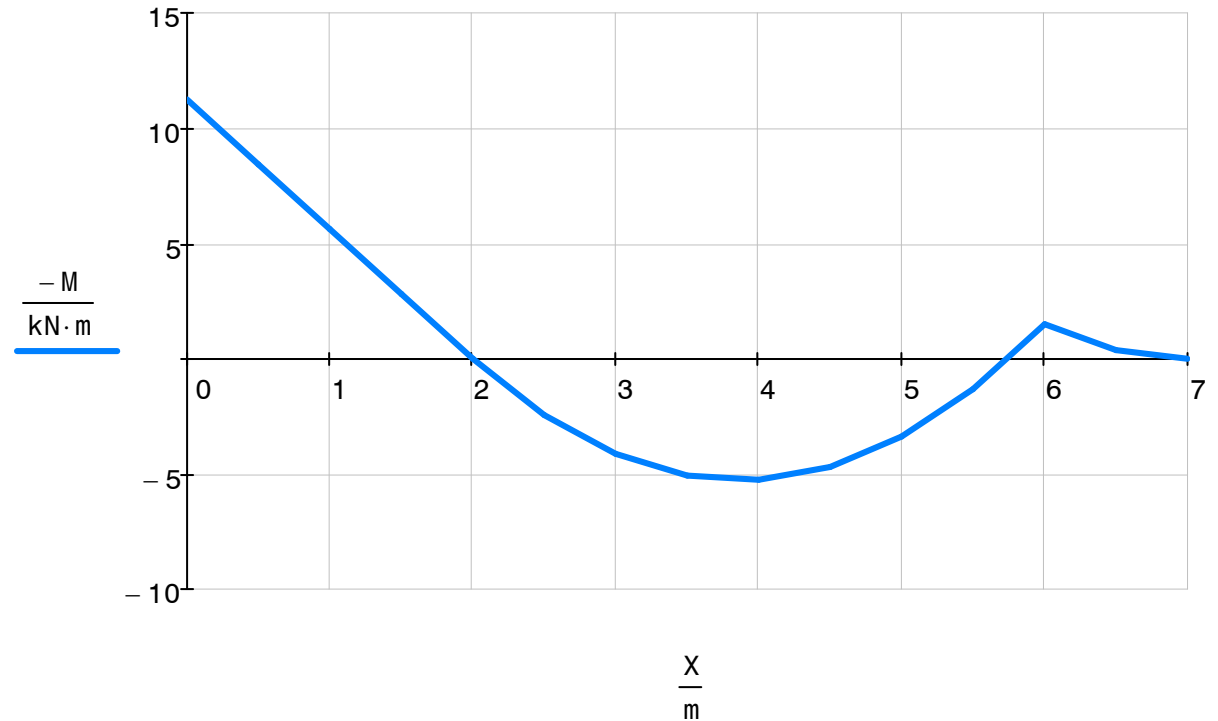
$$i := 0 .. 4 \quad M_i := M1(X_i)$$

$$i := 5 .. 12 \quad M_i := M2(X_i)$$

$$i := 13 .. n \quad M_i := M3(X_i)$$

M =		· kN·m	X =	m
0	0	-11.250	0	0.000
1	0	-8.438	1	0.500
2	0	-5.625	2	1.000
3	0	-2.813	3	1.500
4	0	0.000	4	2.000
5	6	2.438	5	2.500
6	6	4.125	6	3.000
7	6	5.063	7	3.500
8	6	5.250	8	4.000
9	6	4.688	9	4.500
10	6	3.375	10	5.000
11	6	1.313	11	5.500
12	6	-1.500	12	6.000
13	6	-0.375	13	6.500
14	6	0.000	14	7.000

Bending moment graph



Creation of the finite difference matrix

$$i := 0 .. n \quad A_{i, i} := -2$$

$$i := 1 .. n \quad A_{i, i-1} := 1$$

$$i := 0 .. n - 1 \quad A_{i, i+1} := 1$$

A =

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
0	-2.000	1.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
1	1.000	-2.000	1.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
2	0.000	1.000	-2.000	1.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
3	0.000	0.000	1.000	-2.000	1.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
4	0.000	0.000	0.000	1.000	-2.000	1.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
5	0.000	0.000	0.000	0.000	1.000	-2.000	1.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
6	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	1.000	-2.000	1.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
7	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	1.000	-2.000	1.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
8	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	1.000	-2.000	1.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
9	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	1.000	-2.000	1.000	0.000	0.000	0.000	0.000
10	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	1.000	-2.000	1.000	0.000	0.000	0.000
11	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	1.000	-2.000	1.000	0.000	0.000
12	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	1.000	-2.000	1.000	0.000
13	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	1.000	-2.000	1.000
14	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	1.000	-2.000

Boudary conditions for the beam: $y_0 = 0$, $\Phi_0 = 0$, $y_{12} = 0$

$A_{0,1} := 2$ <-----modification of the row 0

$A_{4,0} := 1$ $i := 1 .. n$ $A_{4,i} := 0$ <-----modification of the row 4

$i := 0 .. n$ $A_{n,i} := 0$ <-----modification of the row n

$A_{n,12} := 1$

A =

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
0	-2.000	2.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
1	1.000	-2.000	1.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
2	0.000	1.000	-2.000	1.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
3	0.000	0.000	1.000	-2.000	1.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
4	1.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
5	0.000	0.000	0.000	0.000	1.000	-2.000	1.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
6	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	1.000	-2.000	1.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
7	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	1.000	-2.000	1.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
8	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	1.000	-2.000	1.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
9	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	1.000	-2.000	1.000	0.000	0.000	0.000	0.000
10	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	1.000	-2.000	1.000	0.000	0.000	0.000
11	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	1.000	-2.000	1.000	0.000	0.000
12	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	1.000	-2.000	1.000	0.000
13	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	1.000	-2.000	1.000
14	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	1.000	0.000	0.000

Solution by implicit method

$y := \text{lsolve}(A, \alpha \cdot M)$

	0
0	0.000
1	-0.146
2	-0.513
3	-1.025
4	-1.611
5	-1.769
6	-1.863
7	-1.849
8	-1.704
9	-1.422
10	-1.018
11	-0.526
12	0.000
13	0.487
14	0.964

$y =$ $\cdot \text{cm}$

Beam deflection

