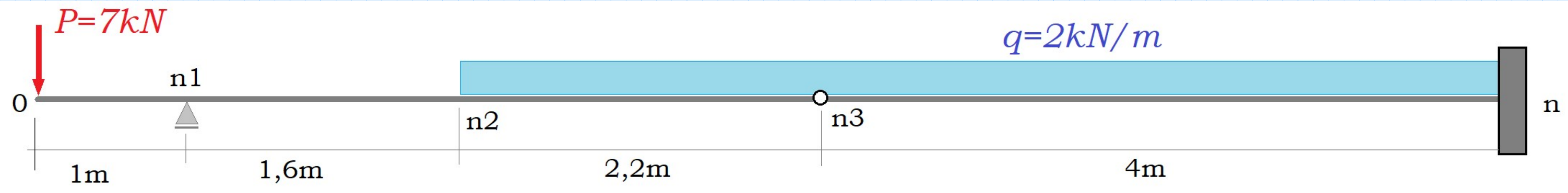
Ugiecie belki obliczone metodą różnic skończonych



$ORIGIN := 0$

$E := 11 \cdot GPa$ - moduł Younga drewna

$b := 10 \cdot cm$ - szrokość przekroju poprzecznego

$h := 18 \cdot cm$ - wysokość przekroju poprzecznego

$J := b \cdot \frac{h^3}{12}$ $J = 4860.000\ cm^4$ - moment bezwładności przekroju poprzecznego

$P := 7 \cdot kN$ $q := 2 \cdot \frac{kN}{m}$ $L1 := 1 \cdot m$ $L2 := 2.6\ m$ $L3 := 4.8\ m$ $L := 8.8 \cdot m$ - oznaczenia sił i odległości

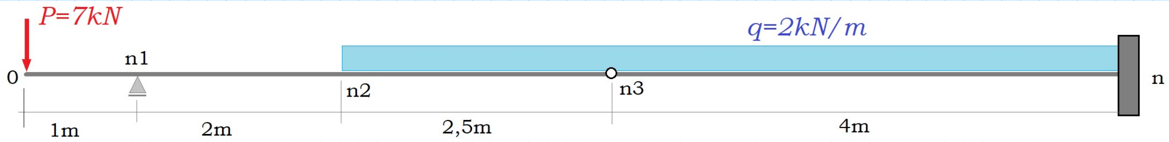
Reakcje podpór

$$R1 := \frac{P \cdot L3 + q \cdot \frac{(L3 - L2)^2}{2}}{L3 - L1} = 10.116\ kN$$

$\Delta := 20 \cdot cm$ $\alpha := \frac{\Delta^2}{E \cdot J} = 74.822 \frac{1}{GN}$ - parametr równania różnicowego - "podatność belki"

$n := \frac{L}{\Delta} = 44$ $n1 := \frac{L1}{\Delta} = 5$ $n2 := \frac{L2}{\Delta} = 13$ $n3 := \frac{L3}{\Delta} = 24$

Definicja funkcji momentów zginajacych



$M1(x) := -P \cdot x$ $x \in (0, L1)$

$M2(x) := M1(x) + R1 \cdot (x - L1)$ $x \in (L1, L2)$

$M3(x) := M2(x) - q \cdot \frac{(x - L2)^2}{2}$ $x \in (L2, L)$

Współrzedne X punktów węzłowych

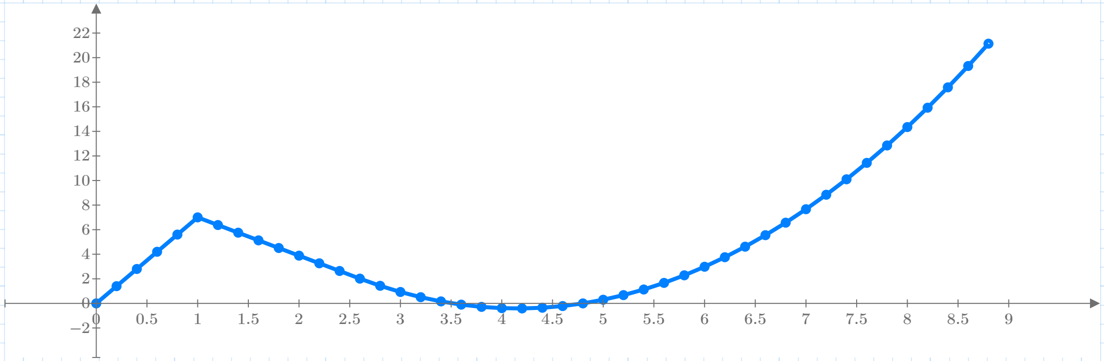
$i := 0..n$ $x_i := i \cdot \Delta$

Obliczanie wartości momentów zginających

$i := 0..n1$ $M_i := M1(x_i)$ $i := n1..n2$ $M_i := M2(x_i)$ $i := n2..n$ $M_i := M3(x_i)$

Wykres momentów zginajacych

$$\frac{-M}{kN \cdot m}$$



$$x\ (m)$$

$$M=\begin{bmatrix} 0.000 \\ -1.400 \\ -2.800 \\ -4.200 \\ -5.600 \\ -7.000 \\ -6.377 \\ -5.754 \\ -5.131 \\ -4.507 \\ -3.884 \\ -3.261 \\ -2.638 \\ -2.015 \\ -1.432 \\ -0.928 \\ -0.505 \\ -0.162 \\ \vdots \end{bmatrix} kN \cdot m \qquad x=\begin{bmatrix} 0.0 \\ 0.2 \\ 0.4 \\ 0.6 \\ 0.8 \\ 1.0 \\ 1.2 \\ 1.4 \\ 1.6 \\ 1.8 \\ 2.0 \\ 2.2 \\ 2.4 \\ 2.6 \\ 2.8 \\ 3.0 \\ 3.2 \\ 3.4 \\ \vdots \end{bmatrix} m$$

Tworzenie macierzy różnic skończonych

$$i:=0..n \qquad A_{i,i}:=-2 \qquad i:=1..n \qquad A_{i,i-1}:=1 \qquad i:=0..n-1 \qquad A_{i,i+1}:=1$$

$$A=\begin{bmatrix} -2 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \\ 1 & -2 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \\ 0 & 1 & -2 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \\ 0 & 0 & 1 & -2 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -2 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -2 & 1 & 0 & 0 & 0 & \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -2 & 1 & 0 & 0 & \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -2 & 1 & 0 & \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -2 & 1 & \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -2 & \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \\ & & & & & & & & & & \ddots \end{bmatrix}$$

Warunki brzegowe: $y_{n1} = 0 \quad y_n = 0 \quad \varphi_n = 0$ -------> $2 \cdot y_{n-1} = \alpha M_n$

$i := 0..n \qquad A_{0,i} := 0$ *<-------modyfikacja wiersza* 0 *, warunek brzegowy y0=0* $\qquad A_{0,n1} := 1$

$i := 0..n \qquad A_{n3,i} := 0$ *<-------modyfikacja wiersza* n3 *, warunek brzegowy yn=0* $\qquad A_{n3,n} := 1$

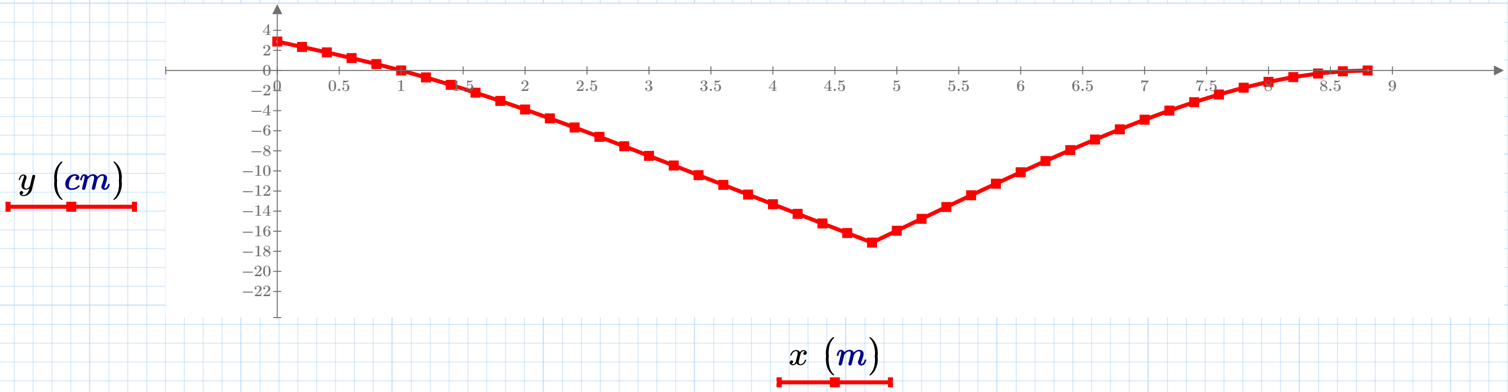
$i := 0..n \qquad A_{n,i} := 0$ *<-------modyfikacja wiersza* n *, warunek brzegowy* $\varphi_n = 0 \qquad A_{n,n-1} := 2$

$$A = \begin{bmatrix}
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
1 & -2 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 1 & -2 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 1 & -2 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 1 & -2 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -2 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -2 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -2 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -2 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -2 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -2 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -2 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -2 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -2 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -2 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 & & & & & & & & & & & & & & & & & & & \ddots
\end{bmatrix} \qquad M = \begin{bmatrix} 0.000 \\ -1.400 \\ -2.800 \\ -4.200 \\ -5.600 \\ -7.000 \\ -6.377 \\ -5.754 \\ -5.131 \\ -4.507 \\ -3.884 \\ -3.261 \\ -2.638 \\ -2.015 \\ \vdots \end{bmatrix} kN \cdot m$$

Metoda implicit - należy rozwiązać układ równań $\qquad y := \text{lsolve}(A, \alpha \cdot M)$

Ugięcie belki

$$y = \begin{bmatrix} 2.879 \\ 2.345 \\ 1.801 \\ 1.235 \\ 0.639 \\ 0.000 \\ -0.691 \\ -1.430 \\ -2.212 \\ -3.032 \\ -3.886 \\ -4.769 \\ -5.676 \\ -6.603 \\ -7.545 \\ -8.498 \\ \vdots \end{bmatrix} cm$$



$n = 44 \qquad min(y) = -17.133\ cm$

sprawdzenie zbieżności rozwiązania numerycznego

$$n := \begin{bmatrix} 44 \\ 88 \\ 176 \\ 352 \\ 704 \\ 1760 \end{bmatrix} \qquad u := \begin{bmatrix} 17.133 \\ 17.105 \\ 17.099 \\ 17.097 \\ 17.096 \\ 17.096 \end{bmatrix} \cdot cm$$