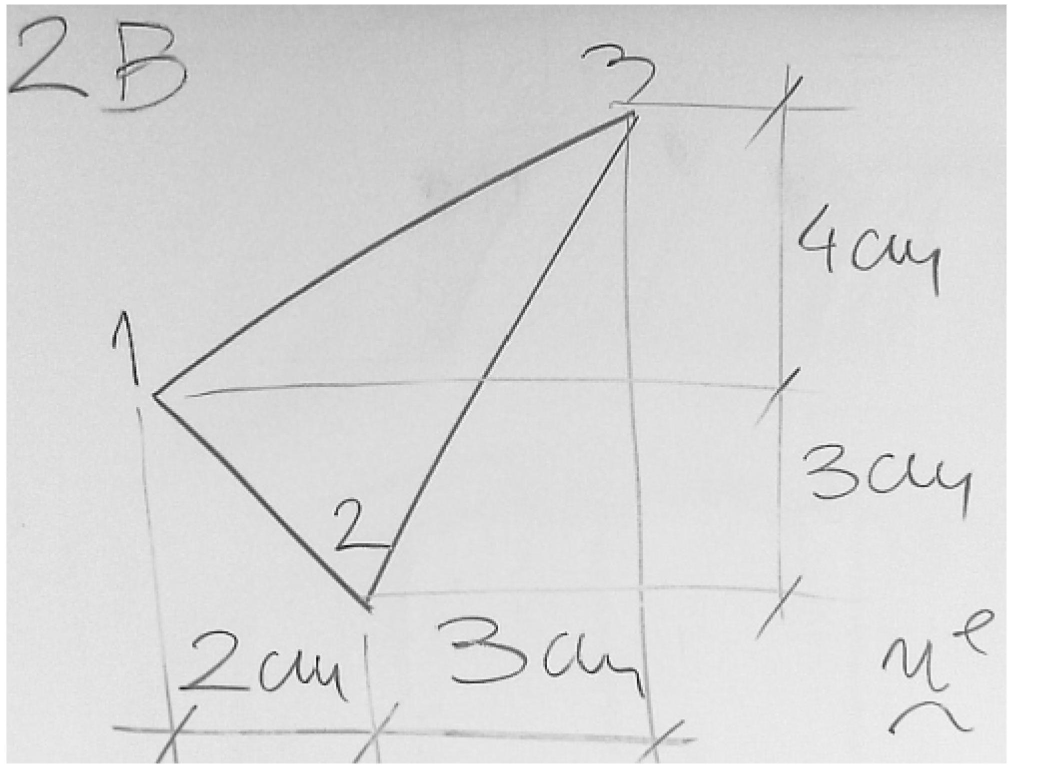
Podać składowe wektora odkształceń elementu CST z dokładnością do 5-ciu miejsc znaczących



wektory współrzędnych węzłów

$$x_w := \begin{pmatrix} -2 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix} cm \qquad y_w := \begin{pmatrix} 0 \\ -3 \\ 4 \end{pmatrix} \cdot cm$$

wektor przemieszczeń węzłów

$$u_x := \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} mm \qquad u_y := \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix} mm$$

wektory pomocnicze:

$$I := \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \qquad h(x,y) = \begin{pmatrix} 1 \\ x \\ y \end{pmatrix} \qquad \alpha = \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} \qquad \beta = \begin{pmatrix} d \\ e \\ f \end{pmatrix}$$

Aproksymacja przemieszczeń Ux ---> $U_x(x,y) = \alpha^T \cdot h(x,y) = a + b x + c y$

Aproksymacja przemieszczeń Uy ---> $U_y(x,y) = \beta^T \cdot h(x,y) = d + e x + f y$

Wyznaczanie współczynników funkcji przemieszczeń Ux.
Warunki w każdym węźle:

$$U_x(x_1, y_1) = u_{x_1} \qquad U_x(x_2, y_2) = u_{x_2} \qquad U_x(x_3, y_3) = u_{x_3}$$

Podobnie dla funkcji Uy:

$$U_y(x_1, y_1) = u_{y_1} \qquad U_y(x_2, y_2) = u_{y_2} \qquad U_y(x_3, y_3) = u_{y_3}$$

Dostajemy 2 układy równań: $M \cdot \alpha = u_x \qquad M \cdot \beta = u_y$

Macierz współrzędnych: $M := augment(I, x_w, y_w)$

$$M = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 0 \\ 1 & 0 & -3 \\ 1 & 3 & 4 \end{pmatrix}$$

Rozwiązanie układów równań: $\alpha := lsolve(M, u_x) \qquad \beta := lsolve(M, u_y)$

$$\alpha = \begin{pmatrix} 1.86957 \times 10^{-1} \\ 4.34783 \times 10^{-2} \\ -4.34783 \times 10^{-3} \end{pmatrix} \qquad \beta = \begin{pmatrix} -4.78261 \times 10^{-2} \\ 2.60870 \times 10^{-2} \\ 1.73913 \times 10^{-2} \end{pmatrix}$$

Obliczanie odkształceń:

$$\varepsilon_x = \frac{d}{dx} U_x(x,y) = b = \alpha_2 \qquad \varepsilon_x := \alpha_2 = 4.3478 \times 10^{-2}$$

$$\varepsilon_y = \frac{d}{dy} U_y(x,y) = f = \beta_3 \qquad \varepsilon_y := \beta_3 = 1.7391 \times 10^{-2}$$

$$\gamma_{xy} = \frac{d}{dy} U_x(x,y) + \frac{d}{dx} U_y(x,y) = c + e = \alpha_3 + \beta_2 \qquad \gamma_{xy} := \alpha_3 + \beta_2 = 2.1739 \times 10^{-2}$$

---------- *Wyniki w innych postaciach* ----------

$$A20 := |M| \cdot \frac{L}{mm} = 230$$

$$\varepsilon := \begin{pmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4.3478 \times 10^{-2} \\ 1.7391 \times 10^{-2} \\ 2.1739 \times 10^{-2} \end{pmatrix}$$

$$\varepsilon \cdot A20 = \begin{pmatrix} 10 \\ 4 \\ 5 \end{pmatrix} \qquad \alpha \cdot A20 = \begin{pmatrix} 43 \\ 10 \\ -1 \end{pmatrix} \qquad \beta \cdot A20 = \begin{pmatrix} -11 \\ 6 \\ 4 \end{pmatrix}$$

$ORIGIN := 1$

$l := 1cm$

$x_w := \frac{1}{l} \cdot x_w \qquad y_w := \frac{1}{l} \cdot y_w$

$u_x := \frac{1}{l} \cdot u_x \qquad u_y := \frac{1}{l} \cdot u_y$