

ORIGIN := 1

Układ bloków macierzy sztywności elementu

$$K = \begin{pmatrix} A & C \\ C^T & B \end{pmatrix}$$

Macierz elementu bez przegubów

$$K = \begin{pmatrix} \frac{EA}{L} & 0 & 0 & -\frac{EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & 12 \frac{EJ}{L^3} & 6 \frac{EJ}{L^2} & 0 & -12 \frac{EJ}{L^3} & 6 \frac{EJ}{L^2} \\ 0 & 6 \frac{EJ}{L^2} & 4 \frac{EJ}{L} & 0 & -6 \frac{EJ}{L^2} & 2 \frac{EJ}{L} \\ -\frac{EA}{L} & 0 & 0 & \frac{EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & -12 \frac{EJ}{L^3} & -6 \frac{EJ}{L^2} & 0 & 12 \frac{EJ}{L^3} & -6 \frac{EJ}{L^2} \\ 0 & 6 \frac{EJ}{L^2} & 2 \frac{EJ}{L} & 0 & -6 \frac{EJ}{L^2} & 4 \frac{EJ}{L} \end{pmatrix}$$

Funkcje wyznaczające macierz elementu bez przegubów

$$\begin{array}{l|l} \text{Blok_A11 (EA, EJ, L, 1) :=} & \begin{array}{l} L1 \leftarrow \frac{L}{1} \\ a \leftarrow \frac{EJ}{L^2} \\ A_{1,1} \leftarrow \frac{EA}{L1} \\ A_{2,3} \leftarrow 6a \\ A_{2,2} \leftarrow 12 \cdot \frac{a}{L1} \\ A_{3,2} \leftarrow A_{2,3} \\ A_{3,3} \leftarrow 4 \cdot a \cdot L1 \\ A \end{array} \end{array}$$

$$\text{Blok_B11} (EA, EJ, L, 1) := \left| \begin{array}{l} L1 \leftarrow \frac{L}{1} \\ a \leftarrow \frac{EJ}{L^2} \\ A_{1,1} \leftarrow \frac{EA}{L1} \\ A_{2,3} \leftarrow -6a \\ A_{2,2} \leftarrow 12 \cdot \frac{a}{L1} \\ A_{3,2} \leftarrow A_{2,3} \\ A_{3,3} \leftarrow 4 \cdot a \cdot L1 \\ A \end{array} \right|$$

$$\text{Blok_C11} (EA, EJ, L, 1) := \left| \begin{array}{l} L1 \leftarrow \frac{L}{1} \\ a \leftarrow \frac{EJ}{L^2} \\ A_{1,1} \leftarrow \frac{-EA}{L1} \\ A_{2,3} \leftarrow 6a \\ A_{2,2} \leftarrow -12 \cdot \frac{a}{L1} \\ A_{3,2} \leftarrow -A_{2,3} \\ A_{3,3} \leftarrow 2 \cdot a \cdot L1 \\ A \end{array} \right|$$

Macierz elementu z przegubem w węźle początkowym

$$K = \begin{pmatrix} \frac{EA}{L} & 0 & 0 & -\frac{EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & 3\frac{EJ}{L^3} & 0 & 0 & -3\frac{EJ}{L^3} & 3\frac{EJ}{L^2} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{EA}{L} & 0 & 0 & \frac{EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & -3\frac{EJ}{L^3} & 0 & 0 & 3\frac{EJ}{L^3} & -3\frac{EJ}{L^2} \\ 0 & 3\frac{EJ}{L^2} & 0 & 0 & -3\frac{EJ}{L^2} & 3\frac{EJ}{L} \end{pmatrix}$$

$$\text{Blok_C01}(EA, EJ, L, 1) := \left| \begin{array}{l} L1 \leftarrow \frac{L}{1} \\ a \leftarrow \frac{EJ}{L^2} \\ A_{1,1} \leftarrow \frac{-EA}{L1} \\ A_{2,3} \leftarrow 3a \\ A_{2,2} \leftarrow -3 \cdot \frac{a}{L1} \\ A_{3,3} \leftarrow 0 \\ A \end{array} \right|$$

Funkcje wyznaczające macierz elementu z przegubem w węźle początkowym

$$\text{Blok_A01}(EA, EJ, L, 1) := \left| \begin{array}{l} L1 \leftarrow \frac{L}{1} \\ a \leftarrow \frac{EJ}{L^2} \\ A_{1,1} \leftarrow \frac{EA}{L1} \\ A_{2,2} \leftarrow 3 \cdot \frac{a}{L1} \\ A_{3,3} \leftarrow 0 \\ A \end{array} \right|$$

$$\text{Blok_B01}(EA, EJ, L, 1) := \left| \begin{array}{l} L1 \leftarrow \frac{L}{1} \\ a \leftarrow \frac{EJ}{L^2} \\ A_{1,1} \leftarrow \frac{EA}{L1} \\ A_{2,3} \leftarrow -3a \\ A_{2,2} \leftarrow 3 \cdot \frac{a}{L1} \\ A_{3,2} \leftarrow A_{2,3} \\ A_{3,3} \leftarrow 3 \cdot a \cdot L1 \\ A \end{array} \right|$$

Macierz elementu z przegubem w węźle końcowym

$$K = \begin{pmatrix} \frac{EA}{L} & 0 & 0 & -\frac{EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & 3\frac{EJ}{L^3} & 3\frac{EJ}{L^2} & 0 & -3\frac{EJ}{L^3} & 0 \\ 0 & 3\frac{EJ}{L^2} & 3\frac{EJ}{L} & 0 & -3\frac{EJ}{L^2} & 0 \\ -\frac{EA}{L} & 0 & 0 & \frac{EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & -3\frac{EJ}{L^3} & -3\frac{EJ}{L^2} & 0 & 3\frac{EJ}{L^3} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\text{Blok_B10}(EA, EJ, L, 1) := \left| \begin{array}{l} L1 \leftarrow \frac{L}{1} \\ a \leftarrow \frac{EJ}{L^2} \\ A_{1,1} \leftarrow \frac{EA}{L1} \\ A_{2,2} \leftarrow 3 \cdot \frac{a}{L1} \\ A_{3,3} \leftarrow 0 \\ A \end{array} \right|$$

Funkcje wyznaczające macierz elementu z przegubem w węźle końcowym

$$\text{Blok_A10}(EA, EJ, L, 1) := \left| \begin{array}{l} L1 \leftarrow \frac{L}{1} \\ a \leftarrow \frac{EJ}{L^2} \\ A_{1,1} \leftarrow \frac{EA}{L1} \\ A_{2,3} \leftarrow 3a \\ A_{2,2} \leftarrow 3 \cdot \frac{a}{L1} \\ A_{3,2} \leftarrow A_{2,3} \\ A_{3,3} \leftarrow 3 \cdot a \cdot L1 \\ A \end{array} \right|$$

$$\text{Blok_C10}(EA, EJ, L, 1) := \left| \begin{array}{l} L1 \leftarrow \frac{L}{1} \\ a \leftarrow \frac{EJ}{L^2} \\ A_{1,1} \leftarrow \frac{-EA}{L1} \\ A_{3,2} \leftarrow -3a \\ A_{2,2} \leftarrow -3 \cdot \frac{a}{L1} \\ A_{3,3} \leftarrow 0 \\ A \end{array} \right|$$

Wyznaczyć składowe macierzy sztywności elementów ramy płaskiej.
 Podać postacie bloków A, B i C macierzy sztywności w lokalnym układzie współrzędnych z dokładnością do 5-ciu miejsc znaczących

Układ bloków macierzy sztywności elementu $K = \begin{pmatrix} A & C \\ C^T & B \end{pmatrix}$

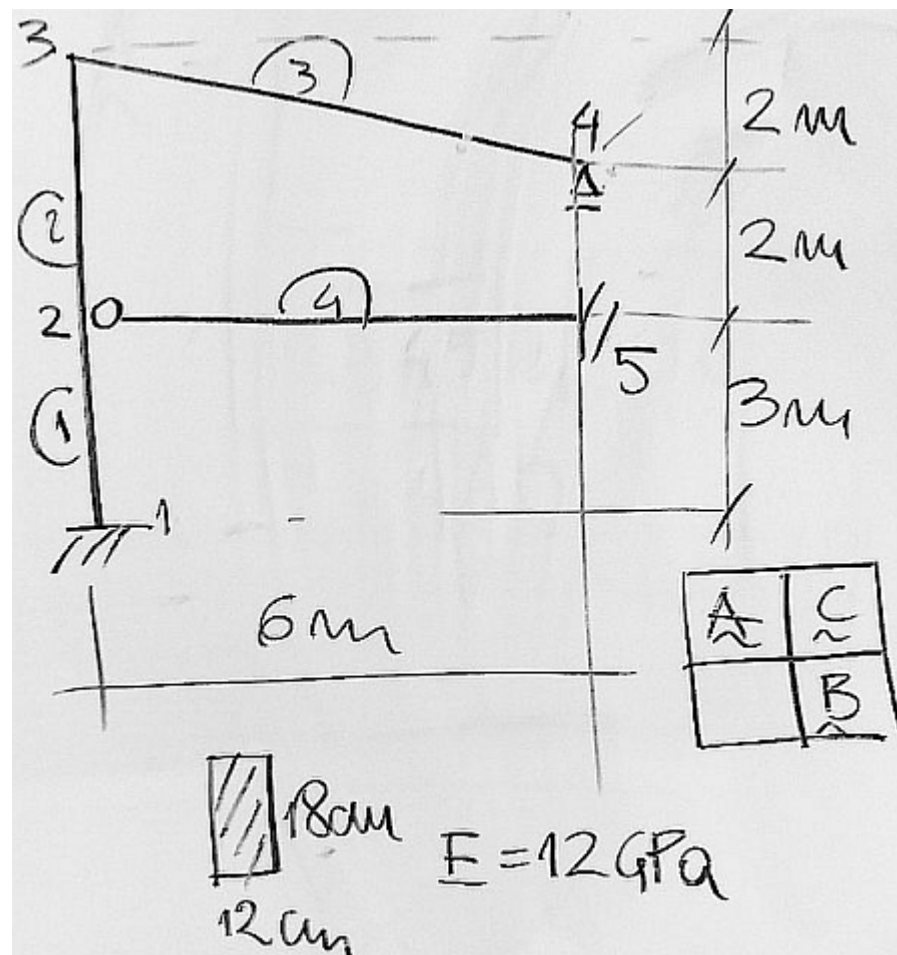
$$E := 12 \text{ GPa} \quad b := 12 \text{ cm} \quad h := 18 \text{ cm}$$

$$J := \frac{b \cdot h^3}{12} \quad A := b \cdot h \quad EA := E \cdot A \quad EJ := E \cdot J$$

$$EA = 259.200 \cdot \text{MN} \quad EJ = 699.840 \cdot \text{kN} \cdot \text{m}^2$$

Schemat globalnej macierzy sztywności konstrukcji

$$K = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ \begin{matrix} A1 & C1 & & & \\ & B1+A2+A4 & C2 & & C4 \\ & & B2+A3 & C3 & \\ & & & B3 & \\ \text{Symetria} & & & & B4 \end{matrix} & \begin{matrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \end{matrix} \end{bmatrix}$$



Element "1" - bloki macierzy sztywności w lokalnym układzie współrzędnych

$$L_x := 0\text{m} \quad L_y := 3\text{m} \quad L := \sqrt{(L_x)^2 + (L_y)^2} = 3.000000\text{m}$$

$$A := \text{Blok_A11}(EA, EJ, L, 1\text{m}) \quad A = \begin{pmatrix} 86400.000 & 0.000 & 0.000 \\ 0.000 & 311.040 & 466.560 \\ 0.000 & 466.560 & 933.120 \end{pmatrix} \cdot \text{kN}$$

$$B := \text{Blok_B11}(EA, EJ, L, 1\text{m}) \quad B = \begin{pmatrix} 86400.000 & 0.000 & 0.000 \\ 0.000 & 311.040 & -466.560 \\ 0.000 & -466.560 & 933.120 \end{pmatrix} \cdot \text{kN}$$

$$C := \text{Blok_C11}(EA, EJ, L, 1\text{m}) \quad C = \begin{pmatrix} -86400.000 & 0.000 & 0.000 \\ 0.000 & -311.040 & 466.560 \\ 0.000 & -466.560 & 466.560 \end{pmatrix} \cdot \text{kN}$$

Element "2" - bloki macierzy sztywności w lokalnym układzie współrzędnych

$$\underline{L_x} := 0\text{m} \quad \underline{L_y} := 4\text{m} \quad \underline{L} := \sqrt{(\underline{L_x})^2 + (\underline{L_y})^2} = 4\text{m}$$

$$A := \text{Blok_A11}(\underline{EA}, \underline{EJ}, \underline{L}, 1\text{m}) \quad A = \begin{pmatrix} 64800.00 & 0.00 & 0.00 \\ 0.00 & 131.22 & 262.44 \\ 0.00 & 262.44 & 699.84 \end{pmatrix} \cdot \text{kN}$$

$$B := \text{Blok_B11}(\underline{EA}, \underline{EJ}, \underline{L}, 1\text{m}) \quad B = \begin{pmatrix} 64800.00 & 0.00 & 0.00 \\ 0.00 & 131.22 & -262.44 \\ 0.00 & -262.44 & 699.84 \end{pmatrix} \cdot \text{kN}$$

$$C := \text{Blok_C11}(\underline{EA}, \underline{EJ}, \underline{L}, 1\text{m}) \quad C = \begin{pmatrix} -64800.00 & 0.00 & 0.00 \\ 0.00 & -131.22 & 262.44 \\ 0.00 & -262.44 & 349.92 \end{pmatrix} \cdot \text{kN}$$

Element "3" - bloki macierzy sztywności w lokalnym układzie współrzędnych

$$\underline{L_x} := 6\text{m} \quad \underline{L_y} := -2\text{m} \quad \underline{L} := \sqrt{(\underline{L_x})^2 + (\underline{L_y})^2} = 6.324555\text{m}$$

$$A := \text{Blok_A11}(\text{EA}, \text{EJ}, \underline{L}, 1\text{m}) \quad A = \begin{pmatrix} 40983.118 & 0.000 & 0.000 \\ 0.000 & 33.196 & 104.976 \\ 0.000 & 104.976 & 442.618 \end{pmatrix} \cdot \text{kN}$$

$$B := \text{Blok_B11}(\text{EA}, \text{EJ}, \underline{L}, 1\text{m}) \quad B = \begin{pmatrix} 40983.118 & 0.000 & 0.000 \\ 0.000 & 33.196 & -104.976 \\ 0.000 & -104.976 & 442.618 \end{pmatrix} \cdot \text{kN}$$

$$C := \text{Blok_C11}(\text{EA}, \text{EJ}, \underline{L}, 1\text{m}) \quad C = \begin{pmatrix} -40983.118 & 0.000 & 0.000 \\ 0.000 & -33.196 & 104.976 \\ 0.000 & -104.976 & 221.309 \end{pmatrix} \cdot \text{kN}$$

Element "4" - bloki macierzy sztywności w lokalnym układzie współrzędnych

$$\underline{L_x} := 0\text{m} \quad \underline{L_y} := 6\text{m} \quad \underline{L} := \sqrt{(\underline{L_x})^2 + (\underline{L_y})^2} = 6\text{m}$$

$$A := \text{Blok_A01}(\underline{EA}, \underline{EJ}, \underline{L}, 1\text{m}) \quad A = \begin{pmatrix} 43200.00 & 0.00 & 0.00 \\ 0.00 & 9.72 & 0.00 \\ 0.00 & 0.00 & 0.00 \end{pmatrix} \cdot \text{kN}$$

$$B := \text{Blok_B01}(\underline{EA}, \underline{EJ}, \underline{L}, 1\text{m}) \quad B = \begin{pmatrix} 43200.000 & 0.000 & 0.000 \\ 0.000 & 9.720 & -58.320 \\ 0.000 & -58.320 & 349.920 \end{pmatrix} \cdot \text{kN}$$

$$C := \text{Blok_C01}(\underline{EA}, \underline{EJ}, \underline{L}, 1\text{m}) \quad C = \begin{pmatrix} -43200.00 & 0.00 & 0.00 \\ 0.00 & -9.72 & 58.32 \\ 0.00 & 0.00 & 0.00 \end{pmatrix} \cdot \text{kN}$$