$ORIGIN := 1$

Układ bloków macierzy sztywności elementu

$$K = \begin{pmatrix} A & C \\ C^T & B \end{pmatrix}$$

Macierz elementu bez przegubów

$$K = \begin{pmatrix} \frac{EA}{L} & 0 & 0 & -\frac{EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & 12\frac{EJ}{L^3} & 6\frac{EJ}{L^2} & 0 & -12\frac{EJ}{L^3} & 6\frac{EJ}{L^2} \\ 0 & 6\frac{EJ}{L^2} & 4\frac{EJ}{L} & 0 & -6\frac{EJ}{L^2} & 2\frac{EJ}{L} \\ -\frac{EA}{L} & 0 & 0 & \frac{EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & -12\frac{EJ}{L^3} & -6\frac{EJ}{L^2} & 0 & 12\frac{EJ}{L^3} & -6\frac{EJ}{L^2} \\ 0 & 6\frac{EJ}{L^2} & 2\frac{EJ}{L} & 0 & -6\frac{EJ}{L^2} & 4\frac{EJ}{L} \end{pmatrix}$$

Funkcje wyznaczające macierz elementu bez przegubów

$$Blok\_A11(EA, EJ, L, l) := \left| \begin{array}{l} L1 \leftarrow \frac{L}{l} \\ a \leftarrow \frac{EJ}{L^2} \\ A_{1,1} \leftarrow \frac{EA}{L1} \\ A_{2,3} \leftarrow 6a \\ A_{2,2} \leftarrow 12 \cdot \frac{a}{L1} \\ A_{3,2} \leftarrow A_{2,3} \\ A_{3,3} \leftarrow 4 \cdot a \cdot L1 \\ A \end{array} \right.$$

$$\mathrm{Blok\_B11}(EA, EJ, L, l) := \left| \begin{array}{l} L1 \leftarrow \dfrac{L}{l} \\ a \leftarrow \dfrac{EJ}{L^2} \\ A_{1,1} \leftarrow \dfrac{EA}{L1} \\ A_{2,3} \leftarrow -6a \\ A_{2,2} \leftarrow 12 \cdot \dfrac{a}{L1} \\ A_{3,2} \leftarrow A_{2,3} \\ A_{3,3} \leftarrow 4 \cdot a \cdot L1 \\ A \end{array} \right.$$

$$\mathrm{Blok\_C11}(EA, EJ, L, l) := \left| \begin{array}{l} L1 \leftarrow \dfrac{L}{l} \\ a \leftarrow \dfrac{EJ}{L^2} \\ A_{1,1} \leftarrow \dfrac{-EA}{L1} \\ A_{2,3} \leftarrow 6a \\ A_{2,2} \leftarrow -12 \cdot \dfrac{a}{L1} \\ A_{3,2} \leftarrow -A_{2,3} \\ A_{3,3} \leftarrow 2 \cdot a \cdot L1 \\ A \end{array} \right.$$

Macierz elementu z przegubem w węźle początkowym

$$K = \begin{pmatrix} \frac{EA}{L} & 0 & 0 & -\frac{EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & 3\frac{EJ}{L^3} & 0 & 0 & -3\frac{EJ}{L^3} & 3\frac{EJ}{L^2} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{EA}{L} & 0 & 0 & \frac{EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & -3\frac{EJ}{L^3} & 0 & 0 & 3\frac{EJ}{L^3} & -3\frac{EJ}{L^2} \\ 0 & 3\frac{EJ}{L^2} & 0 & 0 & -3\frac{EJ}{L^2} & 3\frac{EJ}{L} \end{pmatrix}$$

$$\mathtt{Blok\_C01}(EA, EJ, L, l) := \left| \begin{array}{l} L1 \leftarrow \frac{L}{l} \\ a \leftarrow \frac{EJ}{L^2} \\ A_{1,1} \leftarrow \frac{-EA}{L1} \\ A_{2,3} \leftarrow 3a \\ A_{2,2} \leftarrow -3 \cdot \frac{a}{L1} \\ A_{3,3} \leftarrow 0 \\ A \end{array} \right.$$

Funkcje wyznaczające macierz elementu z przegubem w węźle początkowym

$$\mathtt{Blok\_A01}(EA, EJ, L, l) := \left| \begin{array}{l} L1 \leftarrow \frac{L}{l} \\ a \leftarrow \frac{EJ}{L^2} \\ A_{1,1} \leftarrow \frac{EA}{L1} \\ A_{2,2} \leftarrow 3 \cdot \frac{a}{L1} \\ A_{3,3} \leftarrow 0 \\ A \end{array} \right.$$

$$\mathtt{Blok\_B01}(EA, EJ, L, l) := \left| \begin{array}{l} L1 \leftarrow \frac{L}{l} \\ a \leftarrow \frac{EJ}{L^2} \\ A_{1,1} \leftarrow \frac{EA}{L1} \\ A_{2,3} \leftarrow -3a \\ A_{2,2} \leftarrow 3 \cdot \frac{a}{L1} \\ A_{3,2} \leftarrow A_{2,3} \\ A_{3,3} \leftarrow 3 \cdot a \cdot L1 \\ A \end{array} \right.$$

Macierz elementu z przegubem w węźle końcowym

$$K = \begin{pmatrix} \frac{EA}{L} & 0 & 0 & -\frac{EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & 3\frac{EJ}{L^3} & 3\frac{EJ}{L^2} & 0 & -3\frac{EJ}{L^3} & 0 \\ 0 & 3\frac{EJ}{L^2} & 3\frac{EJ}{L} & 0 & -3\frac{EJ}{L^2} & 0 \\ -\frac{EA}{L} & 0 & 0 & \frac{EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & -3\frac{EJ}{L^3} & -3\frac{EJ}{L^2} & 0 & 3\frac{EJ}{L^3} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Funkcje wyznaczające macierz elementu z przegubem w węźle końcowym

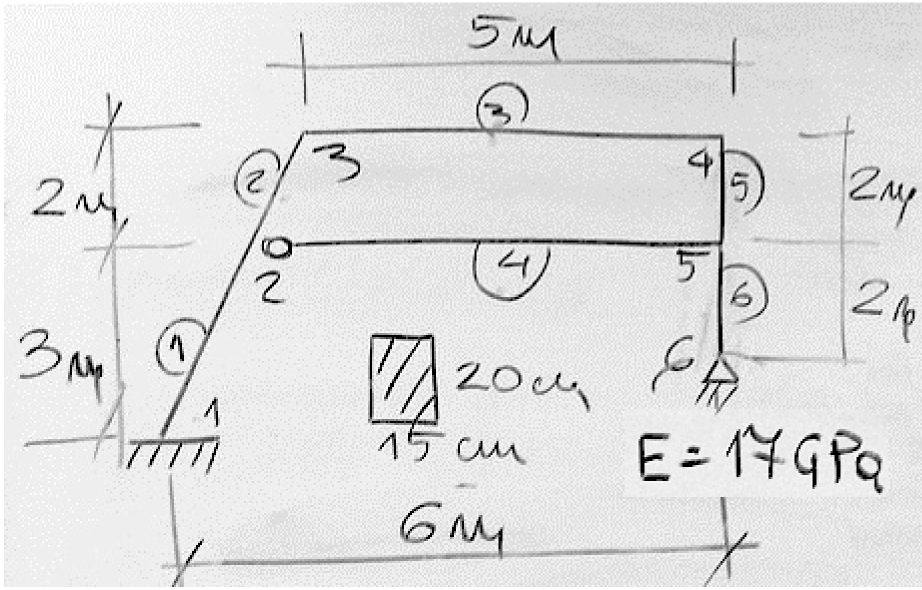
$$\text{Blok\_A10}(EA, EJ, L, l) := \left| \begin{array}{l} L1 \leftarrow \frac{L}{l} \\ a \leftarrow \frac{EJ}{L^2} \\ A_{1,1} \leftarrow \frac{EA}{L1} \\ A_{2,3} \leftarrow 3a \\ A_{2,2} \leftarrow 3\cdot\frac{a}{L1} \\ A_{3,2} \leftarrow A_{2,3} \\ A_{3,3} \leftarrow 3\cdot a\cdot L1 \\ A \end{array} \right.$$

$$\text{Blok\_B10}(EA, EJ, L, l) := \left| \begin{array}{l} L1 \leftarrow \frac{L}{l} \\ a \leftarrow \frac{EJ}{L^2} \\ A_{1,1} \leftarrow \frac{EA}{L1} \\ A_{2,2} \leftarrow 3\cdot\frac{a}{L1} \\ A_{3,3} \leftarrow 0 \\ A \end{array} \right.$$

$$\text{Blok\_C10}(EA, EJ, L, l) := \left| \begin{array}{l} L1 \leftarrow \frac{L}{l} \\ a \leftarrow \frac{EJ}{L^2} \\ A_{1,1} \leftarrow \frac{-EA}{L1} \\ A_{3,2} \leftarrow -3a \\ A_{2,2} \leftarrow -3\cdot\frac{a}{L1} \\ A_{3,3} \leftarrow 0 \\ A \end{array} \right.$$

Wyznaczyć składowe macierzy sztywności elementów ramy płaskiej.
Podać postacie bloków A, B i C macierzy sztywności w lokalnym układzie współrzędnych z dokładnością do 5-ciu miejsc znaczących

Układ bloków macierzy sztywności elementu $K = \begin{pmatrix} A & C \\ C^T & B \end{pmatrix}$



$E := 17GPa \qquad b := 15cm \qquad h := 20cm$

$J := \dfrac{b \cdot h^3}{12} \qquad A := b \cdot h \qquad EA := E \cdot A \qquad EJ := E \cdot J$

$EA = 510.000 \cdot MN \qquad EJ = 1700.000 \cdot kN \cdot m^2$

Schemat globalnej macierzy sztywności konstrukcji

$$\mathbf{K} = \begin{array}{c} \begin{array}{cccccc} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \end{array} \\ \left[\begin{array}{cccccc} \mathbf{A}^1 & \mathbf{C}^1 & & & & \\ & \mathbf{B}^1+\mathbf{A}^2+\mathbf{A}^4 & \mathbf{C}^2 & & \mathbf{C}^4 & \\ & & \mathbf{B}^2+\mathbf{A}^3 & \mathbf{C}^3 & & \\ & & & \mathbf{B}^3+\mathbf{A}^5 & \mathbf{C}^5 & \\ & \text{Symetria} & & & \mathbf{B}^4+\mathbf{B}^5+\mathbf{A}^6 & \mathbf{C}^6 \\ & & & & & \mathbf{B}^6 \end{array} \right] \end{array} \begin{array}{c} \\ 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \\ 6 \end{array}$$

Element "1" - bloki macierzy sztywności w lokalnym układzie współrzednych

$Lx := \frac{3}{5}m \qquad Ly := 3m \qquad L := \sqrt{(Lx)^2 + (Ly)^2} = 3.059412m$

$A := Blok\_A11(EA, EJ, L, 1m) \qquad A = \begin{pmatrix} 166698.715 & 0.000 & 0.000 \\ 0.000 & 712.388 & 1089.744 \\ 0.000 & 1089.744 & 2222.650 \end{pmatrix} \cdot kN$

$B := Blok\_B11(EA, EJ, L, 1m) \qquad B = \begin{pmatrix} 166698.715 & 0.000 & 0.000 \\ 0.000 & 712.388 & -1089.744 \\ 0.000 & -1089.744 & 2222.650 \end{pmatrix} \cdot kN$

$C := Blok\_C11(EA, EJ, L, 1m) \qquad C = \begin{pmatrix} -166698.715 & 0.000 & 0.000 \\ 0.000 & -712.388 & 1089.744 \\ 0.000 & -1089.744 & 1111.325 \end{pmatrix} \cdot kN$

Element "2" - bloki macierzy sztywności w lokalnym układzie współrzednych

$Lx := \frac{2}{5}m \quad Ly := 2m \qquad L := \sqrt{(Lx)^2 + (Ly)^2} = 2.039608\,m$

$A := Blok\_A11(EA, EJ, L, 1m) \qquad A = \begin{pmatrix} 250048.07 & 0.00 & 0.00 \\ 0.00 & 2404.31 & 2451.92 \\ 0.00 & 2451.92 & 3333.97 \end{pmatrix} \cdot kN$

$B := Blok\_B11(EA, EJ, L, 1m) \qquad B = \begin{pmatrix} 250048.07 & 0.00 & 0.00 \\ 0.00 & 2404.31 & -2451.92 \\ 0.00 & -2451.92 & 3333.97 \end{pmatrix} \cdot kN$

$C := Blok\_C11(EA, EJ, L, 1m) \qquad C = \begin{pmatrix} -250048.07 & 0.00 & 0.00 \\ 0.00 & -2404.31 & 2451.92 \\ 0.00 & -2451.92 & 1666.99 \end{pmatrix} \cdot kN$

Element "3" - bloki macierzy sztywności w lokalnym układzie współrzednych

$Lx := 5m \qquad Ly := 0m \qquad L := \sqrt{(Lx)^2 + (Ly)^2} = 5\,m$

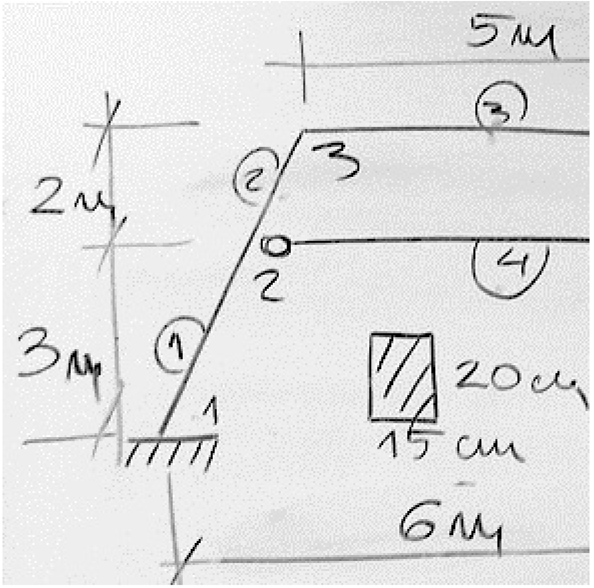
$A := Blok\_A11(EA, EJ, L, 1m) \qquad A = \begin{pmatrix} 102000.000 & 0.000 & 0.000 \\ 0.000 & 163.200 & 408.000 \\ 0.000 & 408.000 & 1360.000 \end{pmatrix} \cdot kN$

$B := Blok\_B11(EA, EJ, L, 1m) \qquad B = \begin{pmatrix} 102000.000 & 0.000 & 0.000 \\ 0.000 & 163.200 & -408.000 \\ 0.000 & -408.000 & 1360.000 \end{pmatrix} \cdot kN$

$C := Blok\_C11(EA, EJ, L, 1m) \qquad C = \begin{pmatrix} -102000.000 & 0.000 & 0.000 \\ 0.000 & -163.200 & 408.000 \\ 0.000 & -408.000 & 680.000 \end{pmatrix} \cdot kN$

Element "4" - bloki macierzy sztywności w lokalnym układzie współrzednych

$Lx := \left(5 + \frac{2}{5}\right) m \qquad Ly := 0m \qquad L := \sqrt{(Lx)^2 + (Ly)^2} = 5.4m$



$A := \text{Blok\_A01}(EA, EJ, L, 1m) \qquad A = \begin{pmatrix} 94444.44 & 0.00 & 0.00 \\ 0.00 & 32.39 & 0.00 \\ 0.00 & 0.00 & 0.00 \end{pmatrix} \cdot kN$

$B := \text{Blok\_B01}(EA, EJ, L, 1m) \qquad B = \begin{pmatrix} 94444.444 & 0.000 & 0.000 \\ 0.000 & 32.388 & -174.897 \\ 0.000 & -174.897 & 944.444 \end{pmatrix} \cdot kN$

$C := \text{Blok\_C01}(EA, EJ, L, 1m) \qquad C = \begin{pmatrix} -94444.44 & 0.00 & 0.00 \\ 0.00 & -32.39 & 174.90 \\ 0.00 & 0.00 & 0.00 \end{pmatrix} \cdot kN$