$ORIGIN := 1$

Układ bloków macierzy sztywności elementu

$$K = \begin{pmatrix} A & C \\ C^T & B \end{pmatrix}$$

Macierz elementu bez przegubów

$$K = \begin{pmatrix} \frac{EA}{L} & 0 & 0 & -\frac{EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & 12\frac{EJ}{L^3} & 6\frac{EJ}{L^2} & 0 & -12\frac{EJ}{L^3} & 6\frac{EJ}{L^2} \\ 0 & 6\frac{EJ}{L^2} & 4\frac{EJ}{L} & 0 & -6\frac{EJ}{L^2} & 2\frac{EJ}{L} \\ -\frac{EA}{L} & 0 & 0 & \frac{EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & -12\frac{EJ}{L^3} & -6\frac{EJ}{L^2} & 0 & 12\frac{EJ}{L^3} & -6\frac{EJ}{L^2} \\ 0 & 6\frac{EJ}{L^2} & 2\frac{EJ}{L} & 0 & -6\frac{EJ}{L^2} & 4\frac{EJ}{L} \end{pmatrix}$$

Funkcje wyznaczające macierz elementu bez przegubów

$$\mathrm{Blok\_A11}(EA, EJ, L, l) := \left| \begin{array}{l} L1 \leftarrow \frac{L}{l} \\ a \leftarrow \frac{EJ}{L^2} \\ A_{1,1} \leftarrow \frac{EA}{L1} \\ A_{2,3} \leftarrow 6a \\ A_{2,2} \leftarrow 12 \cdot \frac{a}{L1} \\ A_{3,2} \leftarrow A_{2,3} \\ A_{3,3} \leftarrow 4 \cdot a \cdot L1 \\ A \end{array} \right.$$

$$\mathrm{Blok\_B11}(EA, EJ, L, l) := \left| \begin{array}{l} L1 \leftarrow \dfrac{L}{l} \\ a \leftarrow \dfrac{EJ}{L^2} \\ A_{1,1} \leftarrow \dfrac{EA}{L1} \\ A_{2,3} \leftarrow -6a \\ A_{2,2} \leftarrow 12 \cdot \dfrac{a}{L1} \\ A_{3,2} \leftarrow A_{2,3} \\ A_{3,3} \leftarrow 4 \cdot a \cdot L1 \\ A \end{array} \right.$$

$$\mathrm{Blok\_C11}(EA, EJ, L, l) := \left| \begin{array}{l} L1 \leftarrow \dfrac{L}{l} \\ a \leftarrow \dfrac{EJ}{L^2} \\ A_{1,1} \leftarrow \dfrac{-EA}{L1} \\ A_{2,3} \leftarrow 6a \\ A_{2,2} \leftarrow -12 \cdot \dfrac{a}{L1} \\ A_{3,2} \leftarrow -A_{2,3} \\ A_{3,3} \leftarrow 2 \cdot a \cdot L1 \\ A \end{array} \right.$$

Macierz elementu z przegubem w węźle początkowym

$$K = \begin{pmatrix} \frac{EA}{L} & 0 & 0 & -\frac{EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & 3\frac{EJ}{L^3} & 0 & 0 & -3\frac{EJ}{L^3} & 3\frac{EJ}{L^2} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{EA}{L} & 0 & 0 & \frac{EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & -3\frac{EJ}{L^3} & 0 & 0 & 3\frac{EJ}{L^3} & -3\frac{EJ}{L^2} \\ 0 & 3\frac{EJ}{L^2} & 0 & 0 & -3\frac{EJ}{L^2} & 3\frac{EJ}{L} \end{pmatrix}$$

$$\text{Blok\_C01}(EA, EJ, L, l) := \left| \begin{array}{l} L1 \leftarrow \frac{L}{l} \\ a \leftarrow \frac{EJ}{L^2} \\ A_{1,1} \leftarrow \frac{-EA}{L1} \\ A_{2,3} \leftarrow 3a \\ A_{2,2} \leftarrow -3\cdot\frac{a}{L1} \\ A_{3,3} \leftarrow 0 \\ A \end{array} \right.$$

Funkcje wyznaczające macierz elementu z przegubem w węźle początkowym

$$\text{Blok\_A01}(EA, EJ, L, l) := \left| \begin{array}{l} L1 \leftarrow \frac{L}{l} \\ a \leftarrow \frac{EJ}{L^2} \\ A_{1,1} \leftarrow \frac{EA}{L1} \\ A_{2,2} \leftarrow 3\cdot\frac{a}{L1} \\ A_{3,3} \leftarrow 0 \\ A \end{array} \right.$$

$$\text{Blok\_B01}(EA, EJ, L, l) := \left| \begin{array}{l} L1 \leftarrow \frac{L}{l} \\ a \leftarrow \frac{EJ}{L^2} \\ A_{1,1} \leftarrow \frac{EA}{L1} \\ A_{2,3} \leftarrow -3a \\ A_{2,2} \leftarrow 3\cdot\frac{a}{L1} \\ A_{3,2} \leftarrow A_{2,3} \\ A_{3,3} \leftarrow 3\cdot a\cdot L1 \\ A \end{array} \right.$$

Macierz elementu z przegubem w węźle końcowym

$$K = \begin{pmatrix} \frac{EA}{L} & 0 & 0 & -\frac{EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & 3\frac{EJ}{L^3} & 3\frac{EJ}{L^2} & 0 & -3\frac{EJ}{L^3} & 0 \\ 0 & 3\frac{EJ}{L^2} & 3\frac{EJ}{L} & 0 & -3\frac{EJ}{L^2} & 0 \\ -\frac{EA}{L} & 0 & 0 & \frac{EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & -3\frac{EJ}{L^3} & -3\frac{EJ}{L^2} & 0 & 3\frac{EJ}{L^3} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Funkcje wyznaczające macierz elementu z przegubem w węźle końcowym

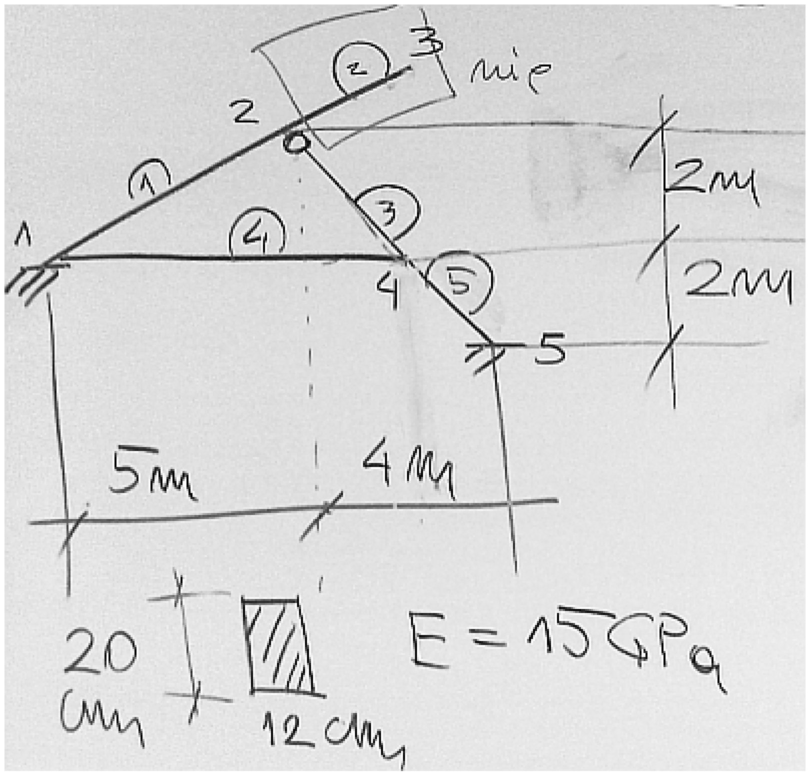
$$\mathrm{Blok\_A10}(EA, EJ, L, l) := \left| \begin{array}{l} L1 \leftarrow \frac{L}{l} \\ a \leftarrow \frac{EJ}{L^2} \\ A_{1,1} \leftarrow \frac{EA}{L1} \\ A_{2,3} \leftarrow 3a \\ A_{2,2} \leftarrow 3\cdot\frac{a}{L1} \\ A_{3,2} \leftarrow A_{2,3} \\ A_{3,3} \leftarrow 3\cdot a\cdot L1 \\ A \end{array} \right.$$

$$\mathrm{Blok\_B10}(EA, EJ, L, l) := \left| \begin{array}{l} L1 \leftarrow \frac{L}{l} \\ a \leftarrow \frac{EJ}{L^2} \\ A_{1,1} \leftarrow \frac{EA}{L1} \\ A_{2,2} \leftarrow 3\cdot\frac{a}{L1} \\ A_{3,3} \leftarrow 0 \\ A \end{array} \right.$$

$$\mathrm{Blok\_C10}(EA, EJ, L, l) := \left| \begin{array}{l} L1 \leftarrow \frac{L}{l} \\ a \leftarrow \frac{EJ}{L^2} \\ A_{1,1} \leftarrow \frac{-EA}{L1} \\ A_{3,2} \leftarrow -3a \\ A_{2,2} \leftarrow -3\cdot\frac{a}{L1} \\ A_{3,3} \leftarrow 0 \\ A \end{array} \right.$$

Wyznaczyć składowe macierzy sztywności elementów ramy płaskiej.
Podać postacie bloków A, B i C macierzy sztywności w lokalnym układzie współrzędnych z dokładnością do 5-ciu miejsc znaczących

Układ bloków macierzy sztywności elementu $K = \begin{pmatrix} A & C \\ C^T & B \end{pmatrix}$



$E := 15GPa$ $\quad b := 12cm$ $\quad h := 20cm$

$J := \dfrac{b \cdot h^3}{12}$ $\quad A := b \cdot h$ $\quad EA := E \cdot A$ $\quad EJ := E \cdot J$

$EA = 360.000 \cdot MN$ $\quad EJ = 1200.000 \cdot kN \cdot m^2$

Schemat globalnej macierzy sztywności konstrukcji

$$\mathbf{K} = \begin{array}{c} \\ \end{array}\begin{array}{ccccc|c} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & \\ \end{array}$$

	1	2	3	4	5	
K =	A1+A4	C1		C4		1
		B1+A2 +A3	C2	C3		2
			B2			3
	Symetria			B3+B4 +A5	C5	4
					B5	5

Element "1" - bloki macierzy sztywności w lokalnym układzie współrzednych

$Lx := 5m \qquad Ly := 2m \qquad L := \sqrt{(Lx)^2 + (Ly)^2} = 5.385165m$

$A := Blok\_A11(EA, EJ, L, 1m) \qquad A = \begin{pmatrix} 66850.322 & 0.000 & 0.000 \\ 0.000 & 92.207 & 248.276 \\ 0.000 & 248.276 & 891.338 \end{pmatrix} \cdot kN$

$B := Blok\_B11(EA, EJ, L, 1m) \qquad B = \begin{pmatrix} 66850.322 & 0.000 & 0.000 \\ 0.000 & 92.207 & -248.276 \\ 0.000 & -248.276 & 891.338 \end{pmatrix} \cdot kN$

$C := Blok\_C11(EA, EJ, L, 1m) \qquad C = \begin{pmatrix} -66850.322 & 0.000 & 0.000 \\ 0.000 & -92.207 & 248.276 \\ 0.000 & -248.276 & 445.669 \end{pmatrix} \cdot kN$

Element "3" - bloki macierzy sztywności w lokalnym układzie współrzednych

$Lx := 2m \quad Ly := -2m \quad L := \sqrt{(Lx)^2 + (Ly)^2} = 2.828427 m$

$A := Blok\_A01(EA, EJ, L, 1m) \qquad A = \begin{pmatrix} 127279.22 & 0.00 & 0.00 \\ 0.00 & 159.10 & 0.00 \\ 0.00 & 0.00 & 0.00 \end{pmatrix} \cdot kN$

$B := Blok\_B01(EA, EJ, L, 1m) \qquad B = \begin{pmatrix} 127279.22 & 0.00 & 0.00 \\ 0.00 & 159.10 & -450.00 \\ 0.00 & -450.00 & 1272.79 \end{pmatrix} \cdot kN$

$C := Blok\_C01(EA, EJ, L, 1m) \qquad C = \begin{pmatrix} -127279.22 & 0.00 & 0.00 \\ 0.00 & -159.10 & 450.00 \\ 0.00 & 0.00 & 0.00 \end{pmatrix} \cdot kN$

Element "4" - bloki macierzy sztywności w lokalnym układzie współrzednych

$Lx := 7m \qquad Ly := 0m \qquad L := \sqrt{(Lx)^2 + (Ly)^2} = 7\,m$

$A := Blok\_A11(EA, EJ, L, 1m) \qquad A = \begin{pmatrix} 51428.571 & 0.000 & 0.000 \\ 0.000 & 41.983 & 146.939 \\ 0.000 & 146.939 & 685.714 \end{pmatrix} \cdot kN$

$B := Blok\_B11(EA, EJ, L, 1m) \qquad B = \begin{pmatrix} 51428.571 & 0.000 & 0.000 \\ 0.000 & 41.983 & -146.939 \\ 0.000 & -146.939 & 685.714 \end{pmatrix} \cdot kN$

$C := Blok\_C11(EA, EJ, L, 1m) \qquad C = \begin{pmatrix} -51428.571 & 0.000 & 0.000 \\ 0.000 & -41.983 & 146.939 \\ 0.000 & -146.939 & 342.857 \end{pmatrix} \cdot kN$

Element "5" - bloki macierzy sztywności w lokalnym układzie współrzednych

$Lx := 2m \qquad Ly := -2m \qquad L := \sqrt{(Lx)^2 + (Ly)^2} = 2.828427\,m$

$A := Blok\_A11(EA, EJ, L, 1m) \qquad A = \begin{pmatrix} 127279.22 & 0.00 & 0.00 \\ 0.00 & 636.40 & 900.00 \\ 0.00 & 900.00 & 1697.06 \end{pmatrix} \cdot kN$

$B := Blok\_B11(EA, EJ, L, 1m) \qquad B = \begin{pmatrix} 127279.22 & 0.00 & 0.00 \\ 0.00 & 636.40 & -900.00 \\ 0.00 & -900.00 & 1697.06 \end{pmatrix} \cdot kN$

$C := Blok\_C11(EA, EJ, L, 1m) \qquad C = \begin{pmatrix} -127279.22 & 0.00 & 0.00 \\ 0.00 & -636.40 & 900.00 \\ 0.00 & -900.00 & 848.53 \end{pmatrix} \cdot kN$