

Rozwiązanie równania Poissona metodą objętości skończonych

ORIGIN := 1 - Ustawienie sposobu numeracji wierszy i kolumn macierzy

m(i , j) := 1 - definicja funkcji wypełniającej macierz jedynekami

Funkcja AGR - Agregacja Macierzy, używana przy agregacji macierzy geometrycznej

```
AGR ( A , B , L ) := | for i ∈ 1 .. rows ( B )  
                    |   for j ∈ 1 .. cols ( B )  
                    |     A(Li, Lj) ← Bi, j    if Li > 0 ∧ Lj > 0  
                    | A
```

*Obszar prostokątny $2a \times 4a$ podzielono na 8 kwadratowych pól o wymiarach $a \times a$
Na brzegu ugięcie błony jest równe zero, ponumerowano tylko węzły siatki o nieznanym przemieszczeniu*

*Tworzenie macierzy geometrycznej kwadratowego obszaru kontrolnego (G1)
Wszystkie oczka siatki są identyczne więc tworzymy tylko jedną macierz geometryczną*

$$G1 := \frac{1}{4} \cdot (\text{matrix}(4, 4, m) - 4 \cdot \text{identity}(4))$$

$$G1 = \begin{pmatrix} -0.750 & 0.250 & 0.250 & 0.250 \\ 0.250 & -0.750 & 0.250 & 0.250 \\ 0.250 & 0.250 & -0.750 & 0.250 \\ 0.250 & 0.250 & 0.250 & -0.750 \end{pmatrix}$$

Wektory alokacji obszarów kontrolnych, węzły brzegowe numerowane są jako 0

$$AL_1 := \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad AL_2 := \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad AL_3 := \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad AL_4 := \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$AL_5 := \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad AL_6 := \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} \quad AL_7 := \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix} \quad AL_8 := \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix}$$

$L_0 := 8$ $G_{0,3,3} := 0$ - wartości pomocnicze

Agregacja globalnej macierzy geometrycznej

$\underline{e} := 1 \dots L_0$

$$\underline{G} := \sum_e \left(\text{AGR} \left(G_0, -G_1, AL_e \right) \right)$$

$$G = \begin{pmatrix} 3.000 & -0.500 & 0.000 \\ -0.500 & 3.000 & -0.500 \\ 0.000 & -0.500 & 3.000 \end{pmatrix}$$

Ponieważ węzły o znanych przemieszczeniach zostały pominęte w układzie równań (numerowane jako 0) o nie jest potrzebne uwzględnianie warunków brzegowych

Tworzenie wektora prawej strony

$$p := \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \quad \text{Prawa strona układu równań}$$

Rozwiązanie układu równań

$$u := \text{lsolve} (G, p)$$

$$u^T = (0.41176 \quad 0.47059 \quad 0.41176)$$

Dokładna wartość ugięcia maksymalnego $u_{\max} = 0.45549$, stąd błąd obliczeń metodą objętości skończonych:

$$e = (1 - u_2 / u_{\max}) * 100\% = 3.315\%$$