$ORIGIN := 0$

Zastosowanie kwadratur Newtona-Cotesa

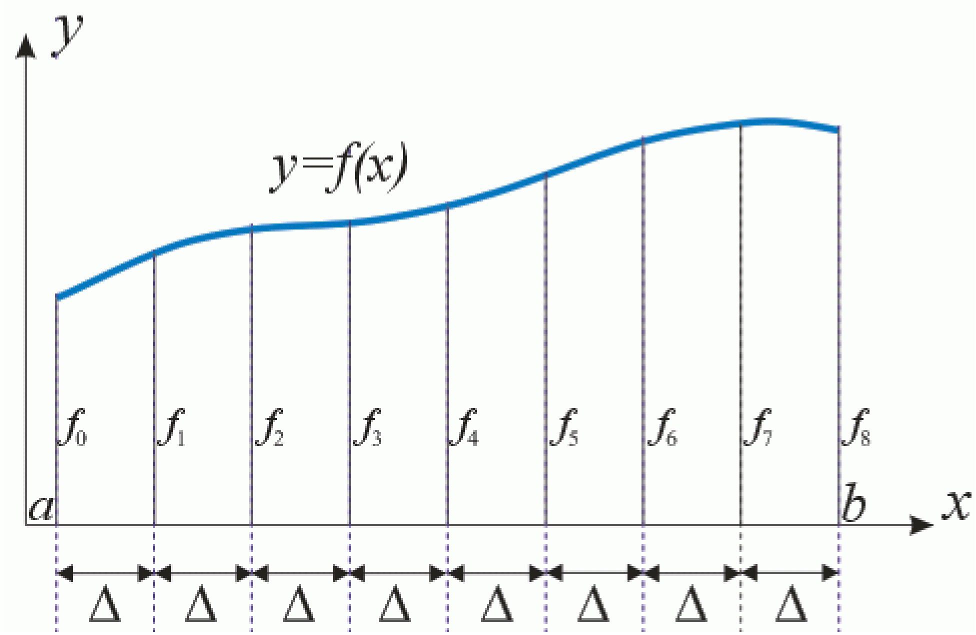
$k := 0.4 \quad A := 3 \quad c := 3$ - *inicjacja stałych występujących w funkcji podcałkowej*

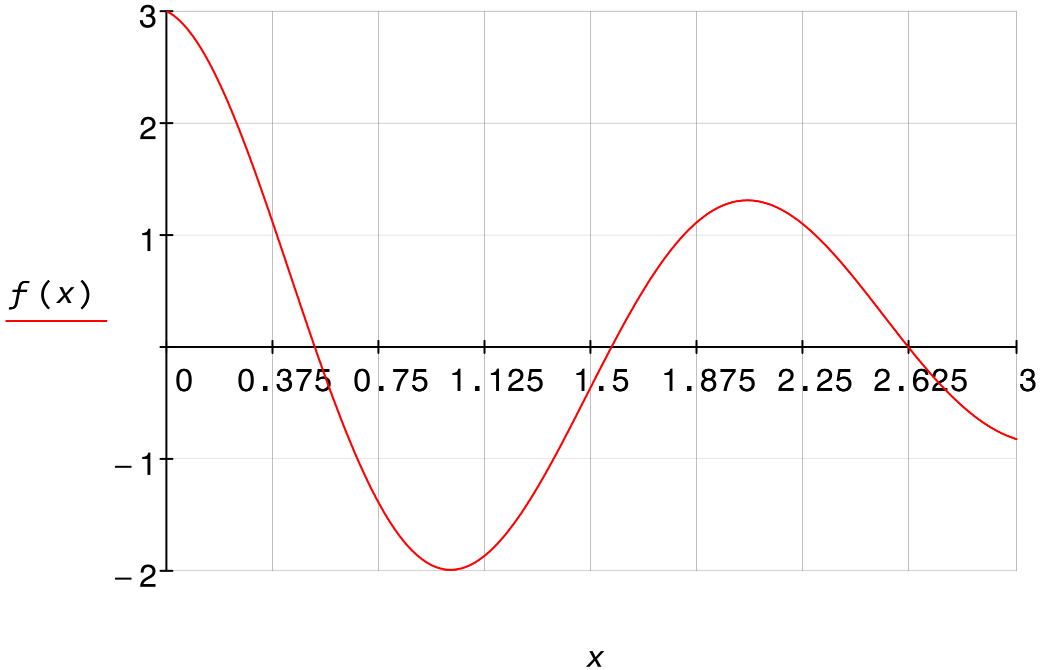
$f(x) := Ae^{-k \cdot x} \cdot \cos(c\,x)$ - *definicja funkcji podcałkowej*

$a := 0 \quad b := 3$ - *granice przedziału całkowania*

$N := 12$ - *liczba pasm, na które dzielimy przedział całkowania*

$\Delta := \frac{b-a}{N}$ - *szerokość pasma*





Obliczenie wartości funkcji na granicach pasm

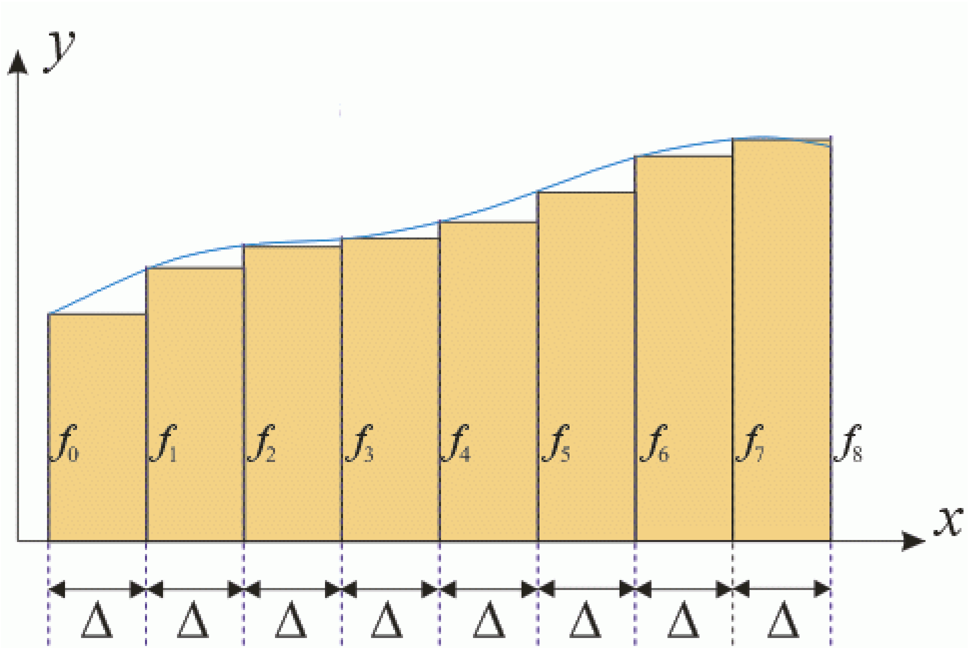
$i := 0 .. N \quad y_i := f(a + i \cdot \Delta)$

Obliczenie całki w przedziale a-b dla funkcji $f(x) = A\,e^{-kx}\cos cx$ metodą analityczną

$$\int f(x)\,dx = F(x) \qquad F(x) := A\cdot\frac{1}{c^2+k^2}\cdot e^{-k\cdot x}\cdot\left(c\cdot\sin(c\cdot x) - k\cdot\cos(c\cdot x)\right)$$

$$Ja := F(b) - F(a) \qquad Ja = 0.28891505620140046$$

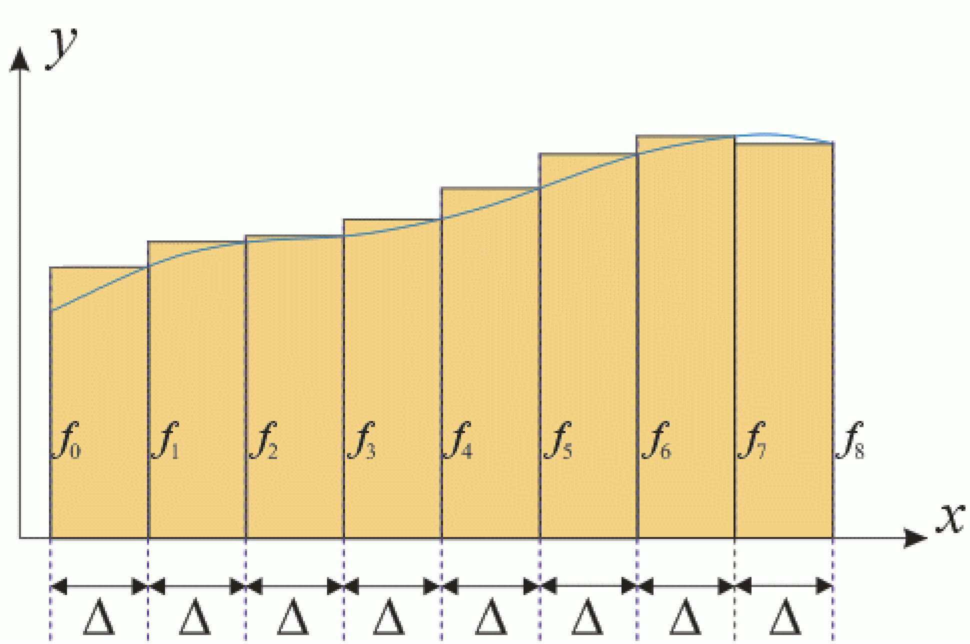
Obliczenie całki w przedziale a-b metodą prostokątów z rzędną początkową



$$J1 = \Delta\left(f_0 + f_1 + f_2 + \ldots f_{N-1}\right) = \Delta\cdot\sum_{i=0}^{N-1} f_i$$

$$J1 := \Delta\cdot\sum_{i=0}^{N-1} y_i \qquad J1 = 0.769147285 \qquad \varepsilon := \frac{J1}{Ja} - 1 = 166.219177\cdot\%$$

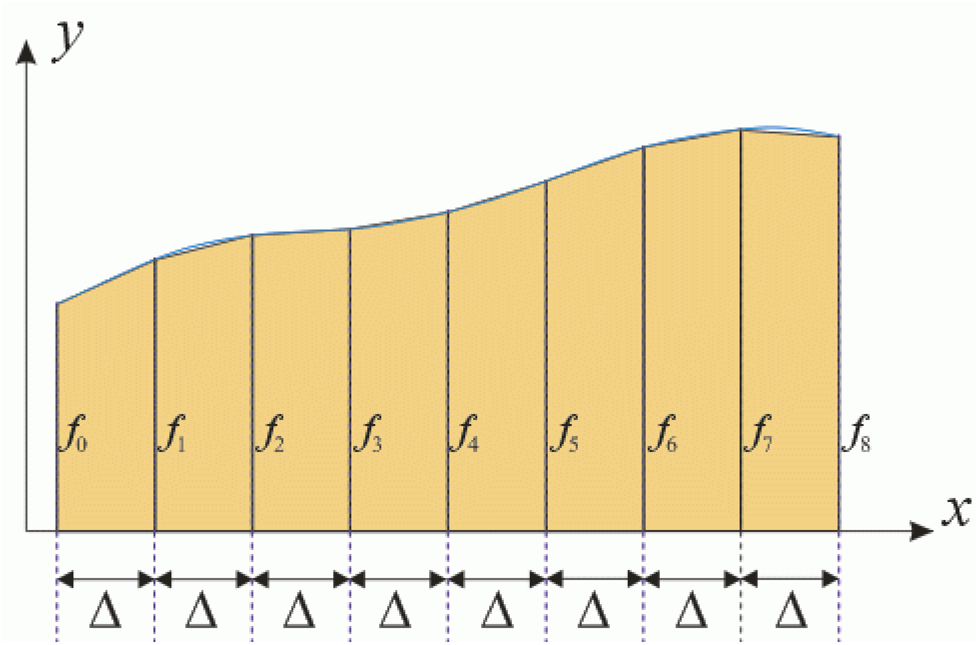
Obliczenie całki w przedziale a-b metodą prostokątów z rzędną końcową



$$J2 = \Delta\left(f_1 + f_2 + f_3 + ...f_N\right) = \Delta \cdot \sum_{i=1}^{N} f_i$$

$$J2 := \Delta \cdot \sum_{i=1}^{N} y_i \qquad J2 = -0.1866730859 \qquad \varepsilon := \frac{J2}{Ja} - 1 = -164.611754 \cdot \%$$

Obliczenie całki w przedziale a-b metodą trapezów

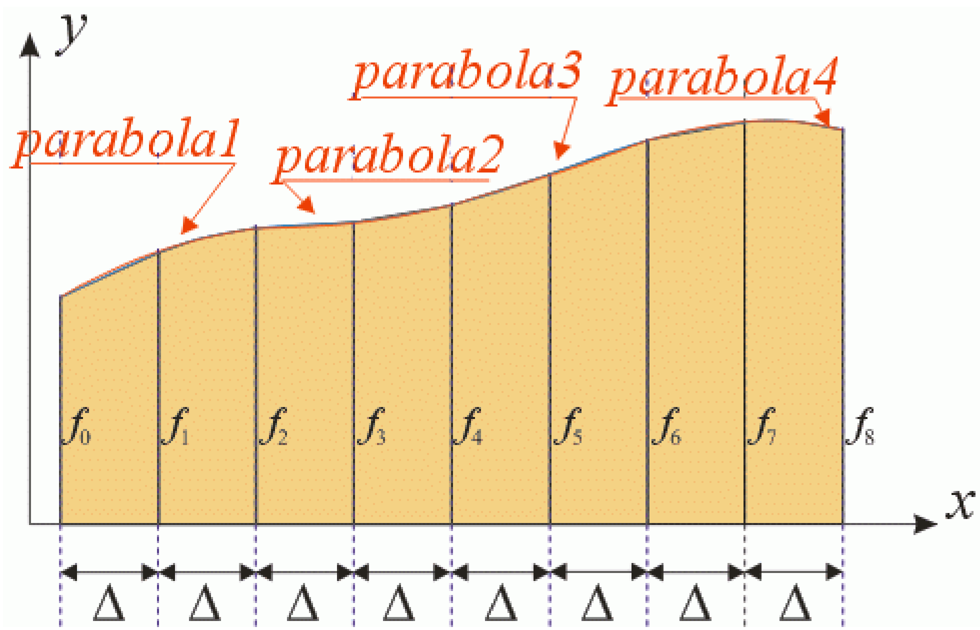


$$n := \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \\ 6 \\ 8 \\ 12 \\ 16 \\ 32 \\ 64 \end{pmatrix} \qquad bt := \begin{pmatrix} 3290.35 \\ 284.869 \\ 35.6179 \\ 12.7714 \\ 6.55848 \\ 4.02078 \\ 1.98892 \\ 0.80371 \\ 0.436942 \\ 0.105661 \\ 0.026195 \end{pmatrix}$$

$$J3 = \Delta\left(\frac{f_0+f_1}{2}+\frac{f_1+f_2}{2}+\frac{f_2+f_3}{2}+\ldots\frac{f_{N-1}+f_N}{2}\right) = \Delta\left(\frac{f_0}{2}+\sum_{i=1}^{N-1} f_i+\frac{f_N}{2}\right)$$

$$J3 := \Delta\cdot\left(\sum_{i=1}^{N-1} y_i+\frac{y_0+y_N}{2}\right) \qquad J3 = 0.2912370996 \qquad \varepsilon := \frac{J3}{Ja}-1 = 0.803711\cdot\%$$

Obliczenie całki w przedziale a-b wzorem Simpsona (wielomian aproksymacyjny 2 stopnia)



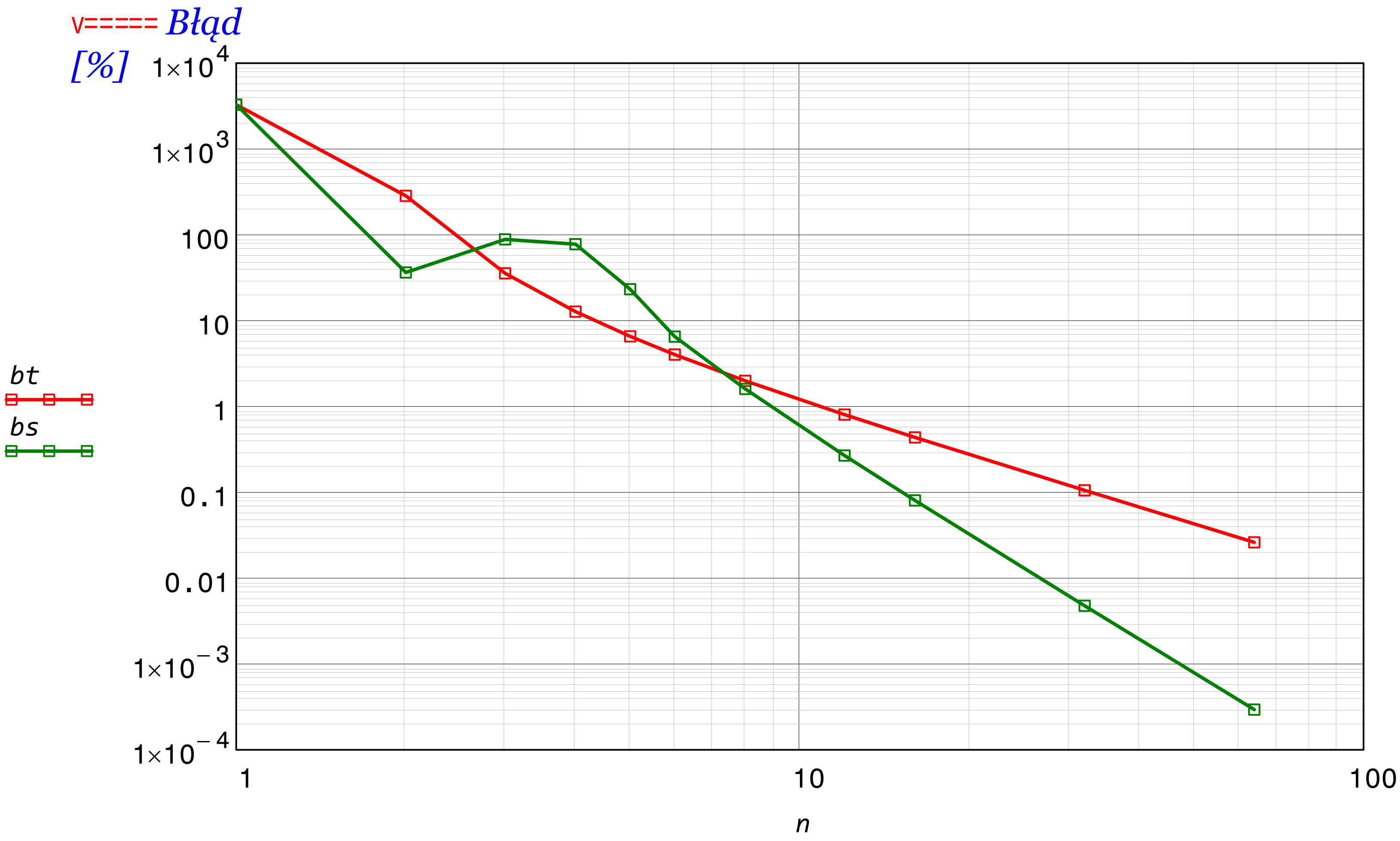
$$bs := \begin{pmatrix} 3290.35 \\ 36.45399 \\ 88.69437 \\ 77.92801 \\ 23.25082 \\ 6.511619 \\ 1.605243 \\ 2.686451 \times 10^{-1} \\ 8.038494 \times 10^{-2} \\ 4.765469 \times 10^{-3} \\ 2.939767 \times 10^{-4} \end{pmatrix}$$

$$J4 = \frac{\Delta}{3} \cdot \left[\left(f_0 + 4 f_1 + f_2 \right) + \left(f_2 + 4 f_2 + f_3 \right) + \ldots \left(f_{N-2} + 4 f_{N-1} + f_N \right) \right] = \frac{\Delta}{3} \cdot \left[f_0 + 4 \left(\sum_{i\ =\ 1.3.5}^{N-1} f_i \right) + 2 \left(\sum_{i\ =\ 2.4.6}^{N-2} f_i \right) + \right.$$

$i := 1, 3 .. N - 1$ $\qquad$ $j := 2, 4 .. N - 2$

$$J4 := \frac{\Delta}{3} \cdot \left[4 \left(\sum_i y_i \right) + 2 \left(\sum_j y_j \right) + y_0 + y_N \right] \qquad J4 = 0.2881388999 \qquad \varepsilon := \frac{J4}{Ja} - 1 = -2.686451 \times 10^{-1} \cdot \%$$

Zależność błędu metody trapezów (---- bt) i metody Simpsona (---- bs)
od liczby przedziałów (n)



bt =

	0
0	$3.29 \cdot 10^3$
1	284.869
2	35.618
3	12.771
4	6.558
5	4.021
6	1.989
7	0.804
8	0.437
9	0.106
10	0.026

bs =

	0
0	3290.35
1	36.454
2	88.694
3	77.928
4	23.251
5	6.512
6	1.605
7	0.269
8	0.08
9	0.005
10	0

Obliczenie całki w przedziale a-b wzorem Simpsona 3/8 (wielomian aproksymacyjny 3 stopnia)

$$\frac{3\Delta}{8}\cdot\left[\left(f_0+3f_1+3f_2+f_3\right)+\left(f_3+3f_4+3f_5+f_6\right)+\ldots\left(f_{N-3}+3f_{N-2}+3f_{N-1}+f_N\right)\right]$$

$i := 1 .. N-1$ $\quad$ $j := 3, 6 .. N-1$

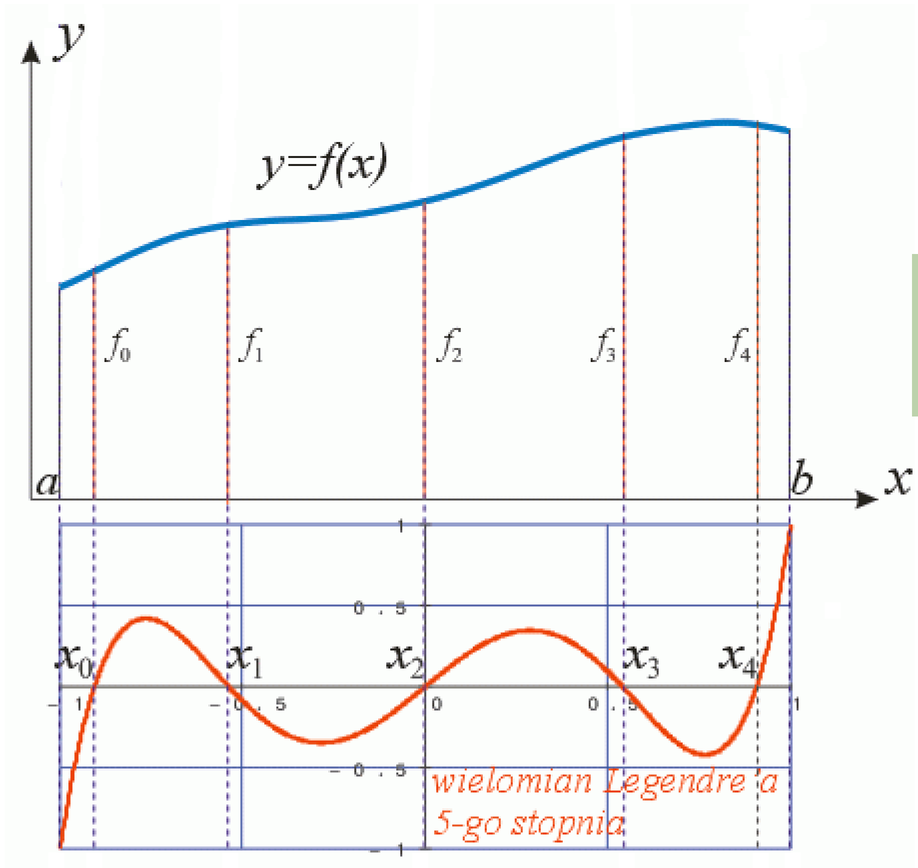
$$J4b := \frac{3\Delta}{8}\cdot\left[3\left(\sum_i y_i\right)-\left(\sum_j y_j\right)+y_0+y_N\right] \qquad J4b = 0.2869150349 \qquad \varepsilon := \frac{J4b}{Ja}-1 = -0.692252\cdot\%$$

Obliczenie całki w przedziale a-b wzorem Boole'a (wielomian aproksymacyjny 4 stopnia)

$i := 1, 3 .. N-1$ $\quad$ $j := 2, 6 .. N-2$ $\quad$ $k := 4, 8 .. N-4$

$$J5 := \frac{2\Delta}{45}\cdot\left[32\left(\sum_i y_i\right)+12\left(\sum_j y_j\right)+14\left(\sum_k y_k\right)+7\left(y_N+y_0\right)\right] \qquad J5 = 0.2893413594 \qquad \varepsilon := \frac{J5}{Ja}-1 = 0.147553\cdot\%$$

Zastosowanie kwadratur Gaussa-Legendre'a



$$J5 = \frac{b-a}{2}\cdot\left(c_0 f_0 + c_1 f_1 + c_2 f_2 + \ldots + c_N f_N\right) = \frac{b-a}{2}\cdot\left[\sum_{i=0}^{N} \left(c_i\right.\right.$$

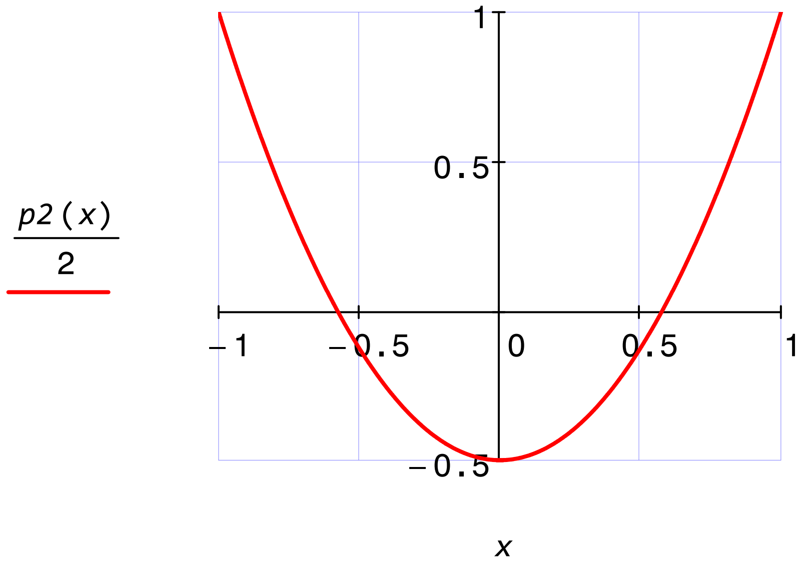
Przykład Nr 0.   2 punktowy wzór Gaussa

$N := 2$

$p2(x) := 3 \cdot x^2 - 1$ *- wielomian Legendre'a 2-tego stopnia*

Współczynniki wielomianu Legendre'a 3-tego stopnia

$w2 := p2(x) \ coeffs \ \rightarrow \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix}$



$\xi := polyroots(w2)$ *- pierwiastki wielomianu Legendre'a 3-tego stopnia*

$\xi =$

	0
0	-0.5773502692
1	0.5773502692

$\xi 0 = \frac{-\sqrt{3}}{3}$ $\xi 2 = \frac{\sqrt{3}}{3}$

Obliczanie współczynników wagowych kwadratury Gaussa

$M := \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ \xi_0 & \xi_1 \end{pmatrix}$ $\quad d := \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \end{pmatrix}$ $\quad C := lsolve(M, d)$ $\quad C =$

	0
0	1
1	1

Wyznaczanie współrzędnych punktów Gaussa

$i := 0 .. N-1 \qquad X_i := \frac{b+a}{2} + \xi_i \cdot \frac{b-a}{2}$

$$J2 := \frac{(b-a)}{2} \cdot \left[\sum_{i=0}^{N-1} \left(C_i \cdot f(X_i) \right) \right] \qquad J2 = 0.06277497136166288 \qquad \varepsilon := \frac{J2}{Ja} - 1 = -78.27217 \cdot \%$$

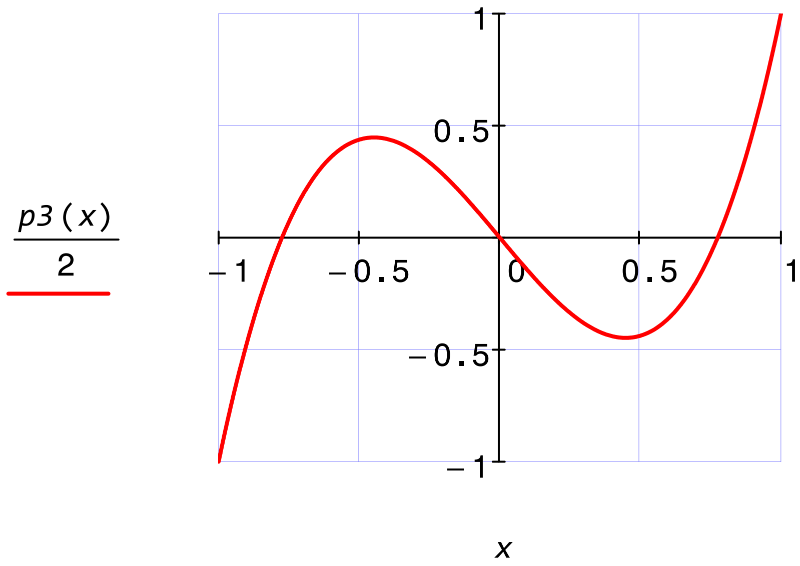
Przykład Nr 1.   3 punktowy wzór Gaussa

$N := 3$

$p3(x) := 5 \cdot x^3 - 3 \cdot x$ - wielomian Legendre'a 3-tego stopnia

Współczynniki wielomianu Legendre'a 3-tego stopnia

$$w3 := p3(x)\ coeffs \rightarrow \begin{pmatrix} 0 \\ -3 \\ 0 \\ 5 \end{pmatrix}$$



$\xi := polyroots(w3)$ - pierwiastki wielomianu Legendre'a 3-tego stopnia

$\xi =$

	0
0	-0.7745966692
1	0
2	0.7745966692

$$\xi 0 := -\sqrt{\frac{3}{5}} = -0.7745967$$

$$\xi 2 := \sqrt{\frac{3}{5}} = 0.7745967$$

Obliczanie współczynników wagowych kwadratury Gaussa

$$M := \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ \xi_0 & \xi_1 & \xi_2 \\ (\xi_0)^2 & (\xi_1)^2 & (\xi_2)^2 \end{bmatrix} \qquad d := \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ \frac{2}{3} \end{pmatrix}$$

$$C := \mathrm{lsolve}(M, d) \qquad C =$$

	0
0	0.5555555556
1	0.8888888889
2	0.5555555556

Wyznaczanie współrzędnych punktów Gaussa

$$i := 0 .. N-1 \qquad X_i := \frac{b+a}{2} + \xi_i \cdot \frac{b-a}{2}$$

$$J3 := \frac{(b-a)}{2} \cdot \left[\sum_{i=0}^{N-1} \left(C_i \cdot f(X_i) \right) \right] \qquad J3 = 0.5775135832212606 \qquad \varepsilon := \frac{J3}{Ja} - 1 = 99.890442 \cdot \%$$

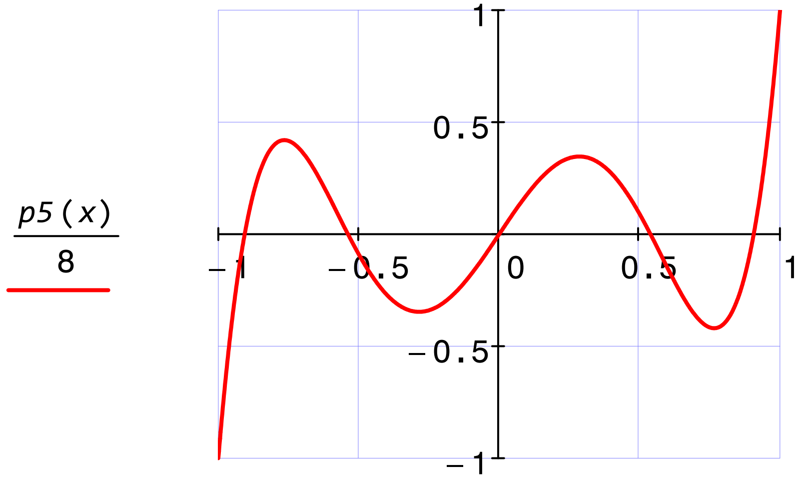
Przykład Nr 2. 5-cio punktowy wzór Gaussa

$N := 5$

$p5(x) := 63 \cdot x^5 - 70 \cdot x^3 + 15 \cdot x$ *- wielomian Legendre'a 5-tego stopnia*

Współczynniki wielomianu Legendre'a 5-tego stopnia

$$w5 := p5(x)\ \text{coeffs} \rightarrow \begin{pmatrix} 0 \\ 15 \\ 0 \\ -70 \\ 0 \\ 63 \end{pmatrix}$$



$D := 70^2 - 4 \cdot 63 \cdot 15 = 1120$ $z1 := \dfrac{70 + \sqrt{D}}{126} = 0.8211619132$ $z2 := \dfrac{15}{63 \cdot z1}$

$\xi := \text{polyroots}(w5)$ *- pierwiastki wielomianu Legendre'a 5-tego stopnia*

$\xi =$

	0
0	-0.9061798459
1	-0.5384693101
2	0
3	0.5384693101
4	0.9061798459

$\xi 1 := \sqrt{z1}$ $\xi 1 = 0.9061798459$

$\xi 2 := \sqrt{z2}$ $\xi 2 = 0.5384693101$

Obliczanie współczynników wagowych kwadratury Gaussa

$$M := \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ \xi_0 & \xi_1 & \xi_2 & \xi_3 & \xi_4 \\ (\xi_0)^2 & (\xi_1)^2 & (\xi_2)^2 & (\xi_3)^2 & (\xi_4)^2 \\ (\xi_0)^3 & (\xi_1)^3 & (\xi_2)^3 & (\xi_3)^3 & (\xi_4)^3 \\ (\xi_0)^4 & (\xi_1)^4 & (\xi_2)^4 & (\xi_3)^4 & (\xi_4)^4 \end{bmatrix} \qquad d := \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ \frac{2}{3} \\ 0 \\ \frac{2}{5} \end{pmatrix}$$

$$C := lsolve(M, d)$$

$C =$

	0
0	0.2369268851
1	0.4786286705
2	0.5688888889
3	0.4786286705
4	0.2369268851

Wyznaczanie współrzędnych punktów Gaussa

$$i := 0 .. N-1 \qquad X_i := \frac{b+a}{2} + \xi_i \cdot \frac{b-a}{2}$$

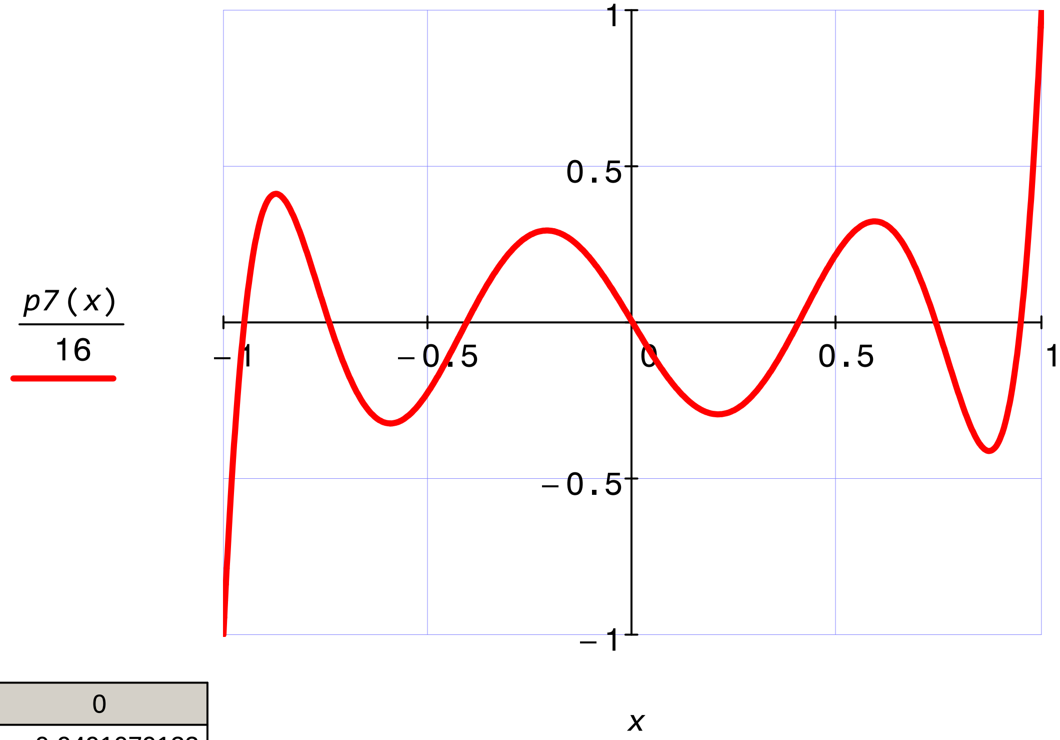
$$J5 := \frac{(b-a)}{2} \cdot \left[\sum_{i=0}^{N-1} \left(C_i \cdot f(X_i) \right) \right] \qquad J5 = 0.2930237658011701 \qquad \varepsilon := \frac{J5}{Ja} - 1 = 1.422117 \cdot \%$$

Przykład Nr 3. 7-mio punktowy wzór Gaussa

$N := 7$

$p7(x) := 429 \cdot x^7 - 693 \cdot x^5 + 315 \cdot x^3 - 35 \cdot x$

$$w7 := p7(x) \text{ coeffs } \rightarrow \begin{pmatrix} 0 \\ -35 \\ 0 \\ 315 \\ 0 \\ -693 \\ 0 \\ 429 \end{pmatrix}$$



- pierwiastki wielomianu Legendre'a 7-tego stopnia

$\xi := \text{polyroots}(w7)$

$\xi =$

	0
0	-0.9491079133
1	-0.7415311844
2	-0.4058451514
3	0
4	0.4058451514
5	0.7415311844
6	0.9491079133

$M7(i,j) := (\xi_j)^i$ $\quad m(i,j) := \dfrac{1-(-1)^{i+1}}{i+1}$ *- funkcje tworzące współczynniki układu równań*

$M := matrix(N, N, M7)$ *- macierz układu równań* $\quad d := matrix(7, 1, m)$ *- wektor prawej strony*

$C := lsolve(M, d)$

$M =$

	0	1	2	3	4
0	1	1	1	1	1
1	-0.949	-0.742	-0.406	0	0.406
2	0.901	0.55	0.165	0	0.165
3	-0.855	-0.408	-0.067	0	0.067
4	0.811	0.302	0.027	0	0.027
5	-0.77	-0.224	-0.011	0	0.011
6	0.731	0.166	$4.469 \cdot 10^{-3}$	0	...

$d =$

	0
0	2
1	0
2	0.666667
3	0
4	0.4
5	0
6	0.285714

$C =$

	0
0	0.1294849654
1	0.2797053943
2	0.3818300469
3	0.4179591868
4	0.3818300469
5	0.2797053943
6	0.1294849654

Wyznaczanie współrzędnych punktów Gaussa

$i := 0 .. N-1 \qquad y_i := \dfrac{b+a}{2} + \xi_i \cdot \dfrac{b-a}{2}$

$J7 := \dfrac{(b-a)}{2} \cdot \left[\sum_{i=0}^{N-1} \left(C_i \cdot f(y_i)\right)\right] \quad J7 = 0.2889211310927927$

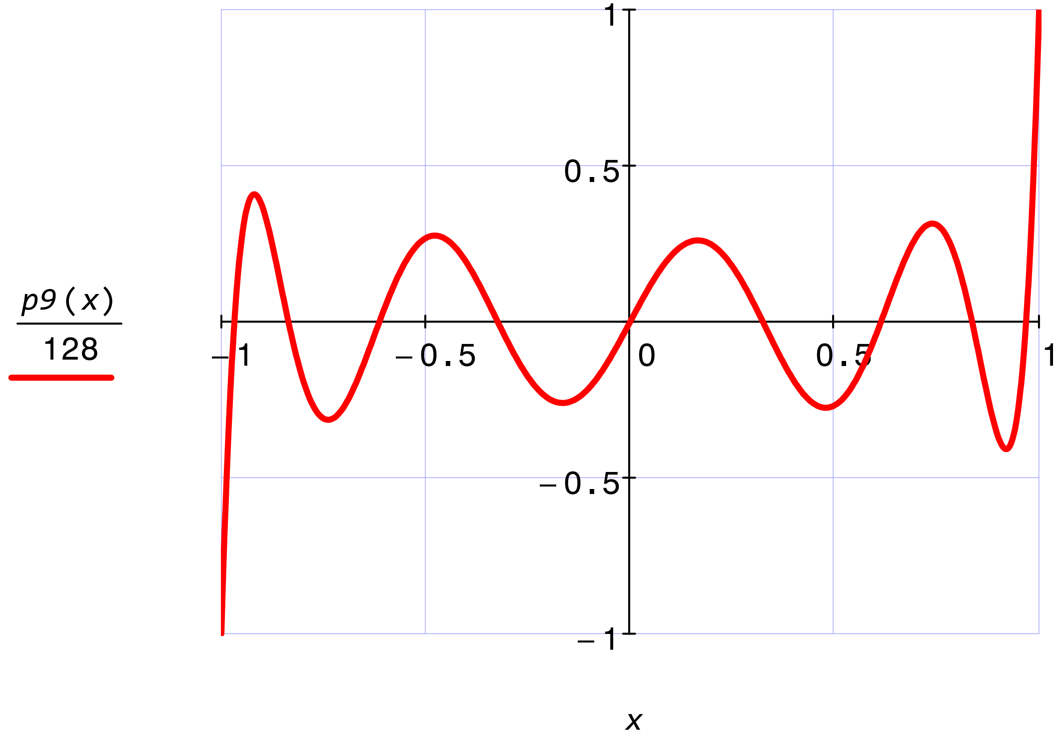
$\varepsilon := \dfrac{J7}{Ja} - 1 = 2.1026565635 \times 10^{-3} \cdot \%$

Przykład Nr 4.   9-cio punktowy wzór Gaussa

$N := 9$

$p9(x) := 12155 \cdot x^9 - 25740 \cdot x^7 + 18018 \cdot x^5 - 4620 \cdot x^3 + 315 \cdot x$ *- wielomian Legendre'a 9-tego stopnia*

$$w9 := p9(x)\ \ coeffs\ \rightarrow \begin{pmatrix} 0 \\ 315 \\ 0 \\ -4620 \\ 0 \\ 18018 \\ 0 \\ -25740 \\ 0 \\ 12155 \end{pmatrix}$$



- pierwiastki wielomianu Legendre'a 5-tego stopnia

$\xi := polyroots(w9)$

$\xi =$

	0
0	-0.968160158
1	-0.8360312671
2	-0.6133713396
3	-0.3242534234
4	0
5	0.3242534234
6	0.6133713365
7	0.8360312384
8	0.9681601898

$M9(i,j) := \left(\xi_j\right)^i$ $\quad m(i,j) := \dfrac{1-(-1)^{i+1}}{i+1}$ *- funkcje tworzące współczynniki układu równań*

$M := matrix(N, N, M9)$ *- macierz układu równań* $\quad d := matrix(9, 1, m)$ *- wektor prawej strony*

$C := lsolve(M, d)$

$M =$

	0	1	2	3	4
0	1	1	1	1	1
1	-0.968	-0.836	-0.613	-0.324	0
2	0.937	0.699	0.376	0.105	0
3	-0.907	-0.584	-0.231	-0.034	0
4	0.879	0.489	0.142	0.011	0
5	-0.851	-0.408	-0.087	$-3.584\cdot10^{-3}$	0
6	0.824	0.341	0.053	$1.162\cdot10^{-3}$	0
7	-0.797	-0.285	-0.033	$-3.769\cdot10^{-4}$	0
8	0.772	0.239	0.02	$1.222\cdot10^{-4}$	...

$d =$

	0
0	2
1	0
2	0.666667
3	0
4	0.4
5	0
6	0.285714
7	0
8	0.222222

$C =$

	0
0	0.0812744207
1	0.1806479483
2	0.2606111129
3	0.3123466585
4	0.3302397131
5	0.3123466837
6	0.260611047
7	0.1806480213
8	0.0812743944

Wyznaczanie współrzędnych punktów Gaussa

$i := 0 .. N-1$ $\qquad y_i := \frac{b+a}{2} + \xi_i \cdot \frac{b-a}{2}$

$J9 := \frac{(b-a)}{2} \cdot \left[\sum_{i=0}^{N-1} \left(C_i \cdot f\left(y_i\right)\right) \right]$ $\qquad J9 = 0.2889150683834857$ $\qquad \varepsilon := \frac{J9}{Ja} - 1 = 0.0000042165 \cdot \%$

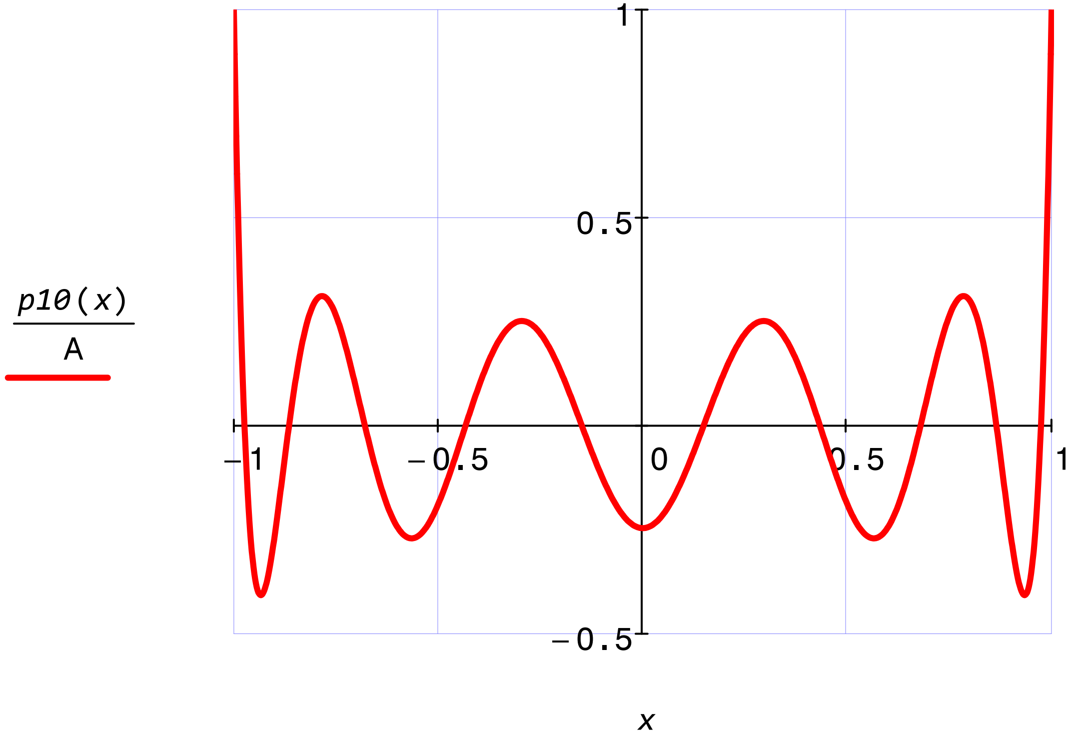
Przykład Nr 5. 10-to punktowy wzór Gaussa

$N := 10$

$p10(x) := 46189 \cdot x^{10} - 109395 \cdot x^{8} + 90090 \cdot x^{6} - 30030 \cdot x^{4} + 3465 \cdot x^{2} - 63$

$A := p10(1) = 256$

$$w10 := p10(x) \text{ coeffs } \rightarrow \begin{pmatrix} -63 \\ 0 \\ 3465 \\ 0 \\ -30030 \\ 0 \\ 90090 \\ 0 \\ -109395 \\ 0 \\ 46189 \end{pmatrix}$$



- pierwiastki wielomianu Legendre'a 10-tego stopnia

$\xi := polyroots(w10)$

$\xi =$

	0
0	-0.9739065956
1	-0.8650635032
2	-0.679409335
3	-0.4333953919
4	-0.148874339
5	0.1488743389
6	0.433395392
7	0.6794095726
8	0.8650633006
9	0.9739065606

$MN(i, j) := \left(\xi_j\right)^i$ $\qquad m(i, j) := \dfrac{1 - (-1)^{i+1}}{i + 1}$ *- funkcje tworzące współczynniki układu równań*

$M := matrix(N, N, MN)$ *- macierz układu równań*

$d := matrix(N, 1, m)$ *- wektor prawej strony*

$C := lsolve(M, d)$

$M =$

	0	1	2	3	4
0	$1\cdot10^{0}$	$1\cdot10^{0}$	$1\cdot10^{0}$	$1\cdot10^{0}$	$1\cdot10^{0}$
1	$-9.739066\cdot10^{-1}$	$-8.650635\cdot10^{-1}$	$-6.794093\cdot10^{-1}$	$-4.333954\cdot10^{-1}$	$-1.488743\cdot10^{-1}$
2	$9.484941\cdot10^{-1}$	$7.483349\cdot10^{-1}$	$4.61597\cdot10^{-1}$	$1.878316\cdot10^{-1}$	$2.216357\cdot10^{-2}$
3	$-9.237446\cdot10^{-1}$	$-6.473572\cdot10^{-1}$	$-3.136133\cdot10^{-1}$	$-8.140534\cdot10^{-2}$	$-3.299587\cdot10^{-3}$
4	$8.99641\cdot10^{-1}$	$5.600051\cdot10^{-1}$	$2.130718\cdot10^{-1}$	$3.52807\cdot10^{-2}$	$4.912238\cdot10^{-4}$
5	$-8.761663\cdot10^{-1}$	$-4.844399\cdot10^{-1}$	$-1.44763\cdot10^{-1}$	$-1.529049\cdot10^{-2}$	$-7.313062\cdot10^{-5}$
6	$8.533041\cdot10^{-1}$	$4.190713\cdot10^{-1}$	$9.835333\cdot10^{-2}$	$6.626829\cdot10^{-3}$	$1.088727\cdot10^{-5}$
7	$-8.310385\cdot10^{-1}$	$-3.625233\cdot10^{-1}$	$-6.682217\cdot10^{-2}$	$-2.872037\cdot10^{-3}$	$-1.620835\cdot10^{-6}$
8	$8.093539\cdot10^{-1}$	$3.136057\cdot10^{-1}$	$4.539961\cdot10^{-2}$	$1.244728\cdot10^{-3}$	$2.413008\cdot10^{-7}$
9	$-7.882351\cdot10^{-1}$	$-2.712888\cdot10^{-1}$	$-3.084492\cdot10^{-2}$	$-5.394592\cdot10^{-4}$	...

$d =$

	0
0	2
1	0
2	0.666667
3	0
4	0.4
5	0
6	0.285714
7	0
8	0.222222
9	0

$C =$

	0
0	0.0666711765
1	0.1494515597
2	0.2190865544
3	0.2692663566
4	0.2955244496
5	0.295524043
6	0.2692668859
7	0.2190861816
8	0.1494514669
9	0.0666713257

Wyznaczanie współrzędnych punktów Gaussa

$$i := 0 .. N-1 \qquad y_i := \frac{b+a}{2} + \xi_i \cdot \frac{b-a}{2}$$

$$J10 := \frac{(b-a)}{2} \cdot \left[\sum_i \left(f\left(y_i\right) \cdot C_i\right)\right] \qquad J10 = 0.288915 \qquad \varepsilon := \frac{J10}{Ja} - 1 = 1.7322678846909412 \times 10^{-7} \cdot \%$$

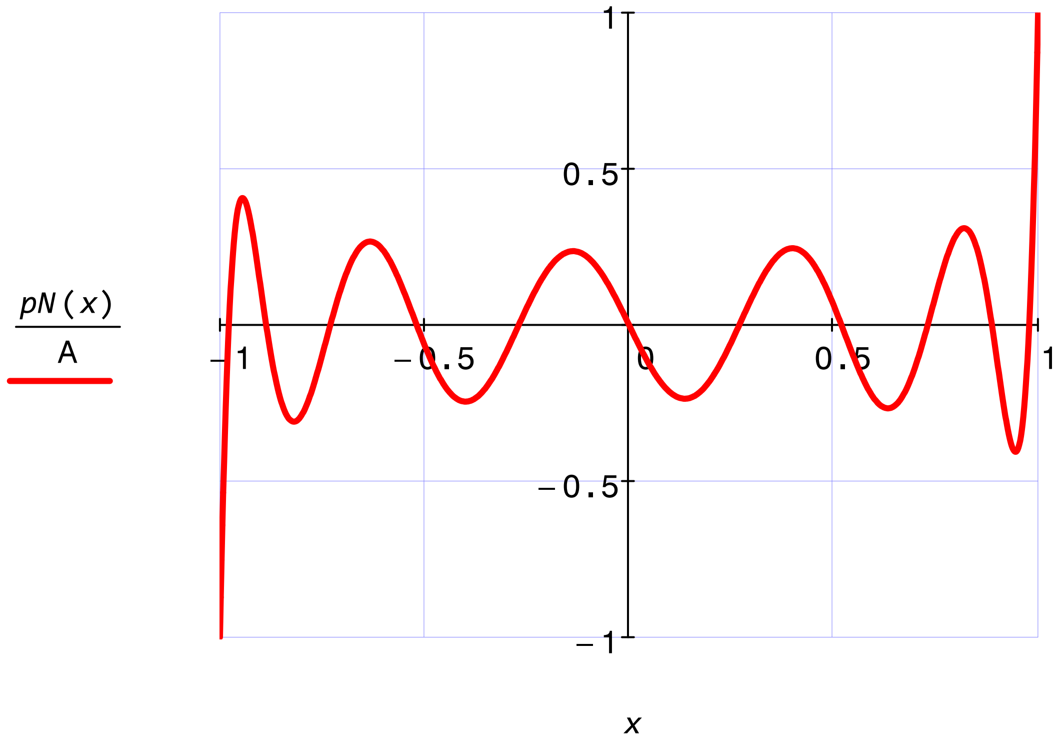
Przykład Nr 6. 11-to punktowy wzór Gaussa

$N := 11$

$pN(x) := 88179 \cdot x^{11} - 230945 \cdot x^{9} + 218790 \cdot x^{7} - 90090 \cdot x^{5} + 15015 \cdot x^{3} - 693 \cdot x$

$A := pN(1) = 256$

$$wN := pN(x) \;\; coeffs \;\rightarrow \begin{pmatrix} 0 \\ -693 \\ 0 \\ 15015 \\ 0 \\ -90090 \\ 0 \\ 218790 \\ 0 \\ -230945 \\ 0 \\ 88179 \end{pmatrix}$$



- pierwiastki wielomianu Legendre'a 11-tego stopnia

$\xi := polyroots(wN)$

$\xi =$

	0
0	-0.978229052
1	-0.8870616313
2	-0.7301529398
3	-0.5190957275
4	-0.269543156
5	0
6	0.269543156
7	0.5190957057
8	0.7301530119
9	0.8870615397
10	0.9782290932

$MN(i, j) := \left(\xi_j\right)^i$ $\quad m(i, j) := \dfrac{1 - (-1)^{i+1}}{i + 1}$ *- funkcje tworzące współczynniki układu równań*

$M := matrix(N, N, MN)$ *- macierz układu równań*

$d := matrix(N, 1, m)$ *- wektor prawej strony*

$C := lsolve(M, d)$

$M =$

	0	1	2	3
0	$1\cdot10^{0}$	$1\cdot10^{0}$	$1\cdot10^{0}$	$1\cdot10^{0}$
1	$-9.782291\cdot10^{-1}$	$-8.870616\cdot10^{-1}$	$-7.301529\cdot10^{-1}$	$-5.190957\cdot10^{-1}$
2	$9.569321\cdot10^{-1}$	$7.868783\cdot10^{-1}$	$5.331233\cdot10^{-1}$	$2.694604\cdot10^{-1}$
3	$-9.360988\cdot10^{-1}$	$-6.980096\cdot10^{-1}$	$-3.892616\cdot10^{-1}$	$-1.398757\cdot10^{-1}$
4	$9.15719\cdot10^{-1}$	$6.191775\cdot10^{-1}$	$2.842205\cdot10^{-1}$	$7.260889\cdot10^{-2}$
5	$-8.957829\cdot10^{-1}$	$-5.492486\cdot10^{-1}$	$-2.075244\cdot10^{-1}$	$-3.769097\cdot10^{-2}$
6	$8.762809\cdot10^{-1}$	$4.872174\cdot10^{-1}$	$1.515246\cdot10^{-1}$	$1.956522\cdot10^{-2}$
7	$-8.572034\cdot10^{-1}$	$-4.321918\cdot10^{-1}$	$-1.106361\cdot10^{-1}$	$-1.015622\cdot10^{-2}$
8	$8.385413\cdot10^{-1}$	$3.833808\cdot10^{-1}$	$8.078128\cdot10^{-2}$	$5.272051\cdot10^{-3}$
9	$-8.202855\cdot10^{-1}$	$-3.400824\cdot10^{-1}$	$-5.898269\cdot10^{-2}$	$-2.736699\cdot10^{-3}$
10	$8.024271\cdot10^{-1}$	$3.01674\cdot10^{-1}$	$4.306638\cdot10^{-2}$	...

$d =$

	0
0	2
1	0
2	0.666667
3	0
4	0.4
5	0
6	0.285714
7	0
8	0.222222
9	0
10	0.181818

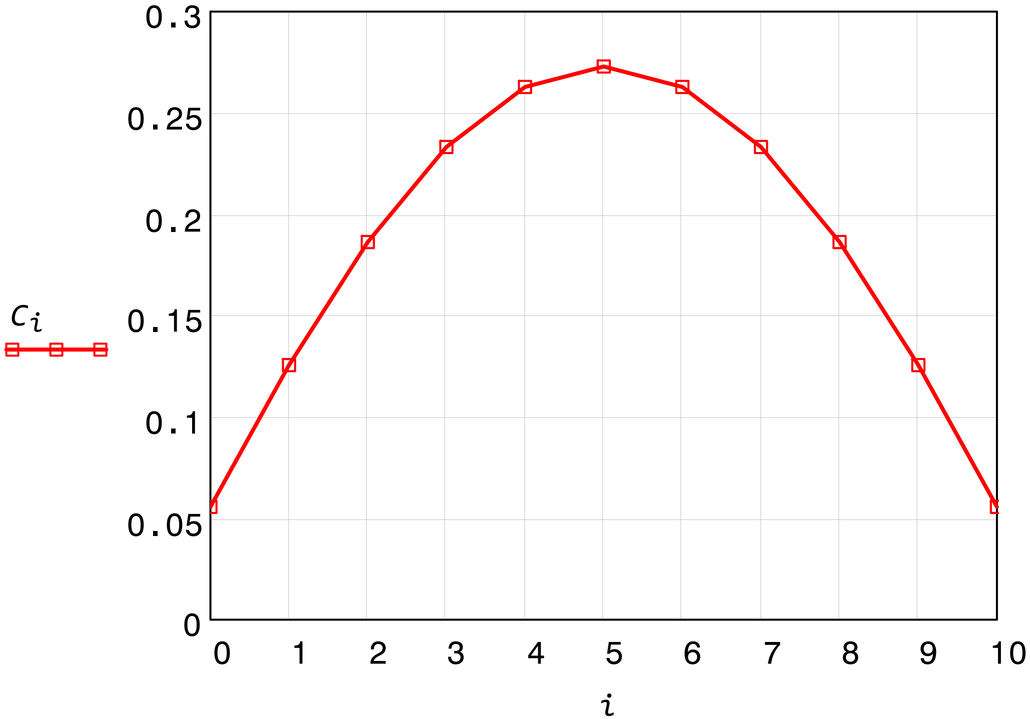
$C =$

	0
0	0.0556685493
1	0.1255811736
2	0.1862879077
3	0.233196902
4	0.2628015501
5	0.2729278534
6	0.2628014668
7	0.2331970621
8	0.186287749
9	0.125581236
10	0.0556685499

Wyznaczanie współrzędnych punktów Gaussa

$i := 0 .. \; N-1 \qquad y_i := \frac{b+a}{2} + \xi_i \cdot \frac{b-a}{2}$

$J11 := \frac{(b-a)}{2} \cdot \left[\sum_i \left(f\left(y_i\right) \cdot C_i \right) \right] \qquad J11 = 0.288915 \qquad \varepsilon := \frac{J11}{Ja} - 1 = 1.2036314389618497 \times 10^{-6} \cdot \%$



0.3
0.25
0.2
0.15
0.1
0.05
0
c_i
0
1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
i

Całka obliczona funkcją MathCada

$$Jm := \int_a^b f(x)\,dx \qquad Jm = 0.28891505620140046$$

Całka obliczona analitycznie

$Ja = \int_a^b f(x)\,dx$ - *wartość dokładna obliczona analitycznie,*

$$Ja = F(b) - F(a) \qquad F(x) = A\cdot\frac{1}{c^2+k^2}\cdot e^{-k\cdot x}\cdot(c\cdot\sin(c\cdot x) - k\cdot\cos(c\cdot x))$$

$$Jm = 0.28891505620140046 \qquad Ja = 0.28891505620140046$$

$$\varepsilon := \frac{Jm}{Ja} - 1 = 0\times 10^{0}\cdot\%$$

$$\varepsilon := \frac{J11}{Ja} - 1 = 1.203631439\times 10^{-6}\cdot\%$$

$$\varepsilon := \frac{J10}{Ja} - 1 = 1.7322678847 \times 10^{-7} \cdot \%$$

$$\varepsilon := \frac{J9}{Ja} - 1 = 4.2164937319 \times 10^{-6} \cdot \%$$

$$\varepsilon := \frac{J7}{Ja} - 1 = 2.1026565635 \times 10^{-3} \cdot \%$$

$$\varepsilon := \frac{J5}{Ja} - 1 = 1.4221168165 \times 10^{0} \cdot \%$$

$$\varepsilon := \frac{J3}{Ja} - 1 = 9.989044213 \times 10^{1} \cdot \%$$