

ORIGIN := 1

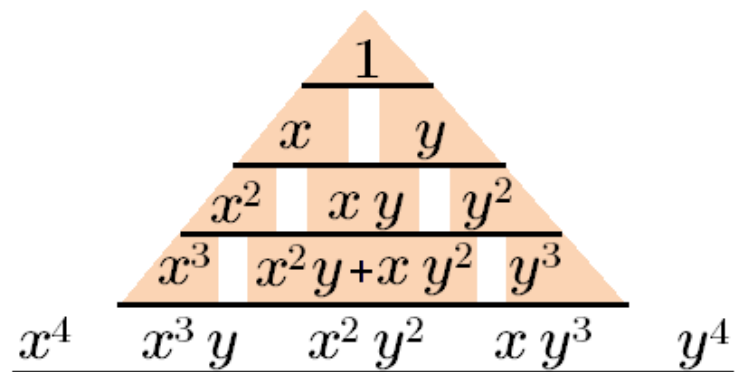
$$Lx:=50 \qquad Ly:=30$$
$$N(x, y) := [1 \ x \ y \ x \cdot y]$$
 - wielomiany funkcji kształtu
$$dN_x(x, y) = \frac{d}{dx} N(x, y) \quad \text{- pochodna wielomianu funkcji kształtu}$$
$$dNx(x,y):=[0 \ 1 \ 0 \ y]$$
$$dN_y(x, y) = \frac{d}{dy} N(x, y) \quad \text{- pochodna wielomianu funkcji kształtu}$$
$$dNy(x, y) := [0 \ 0 \ 1 \ x]$$

$Lss := \text{rows}(xa) = 8$ - liczba stopni swobody elementu

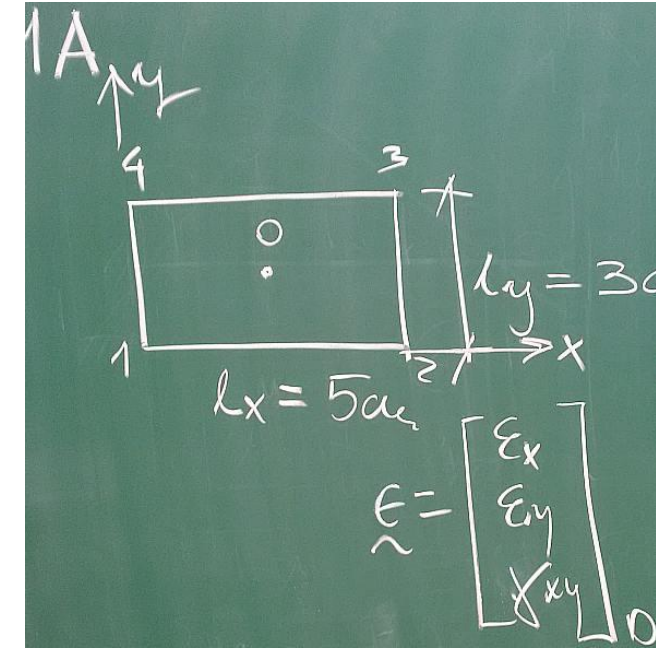
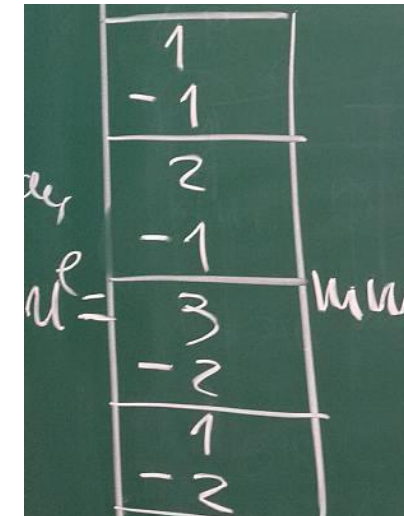
$$M(x) = \begin{bmatrix} 1 & x_i & y_i & x_i \cdot y_i \\ 1 & x_j & y_j & x_j \cdot y_j \\ 1 & x_k & y_k & x_k \cdot y_k \\ 1 & x_l & y_l & x_l \cdot y_l \end{bmatrix} \quad - \text{macierz współrzędnych elementu}$$
$$M(x) := \text{stack}\left(N(x_1, x_2), N(x_3, x_4), N(x_5, x_6), N(x_7, x_8)\right)$$
$$Ma := M(xa) \qquad Ma = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 50 & 0 & 0 \\ 1 & 50 & 30 & 1500 \\ 1 & 0 & 30 & 0 \end{bmatrix}$$

wektor przemieszczeń elementu ----->

- macierz współrzędnych elementu "a"



wektor współrzędnych elementu

$$xa = \begin{bmatrix} xi \\ yi \\ xj \\ yj \\ xk \\ yk \\ xl \\ yl \end{bmatrix} \quad xa := \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ Lx \\ 0 \\ Lx \\ Ly \\ 0 \\ Ly \end{bmatrix}$$

$$u := \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 2 \\ -1 \\ 3 \\ -2 \\ 1 \\ (-2) \end{bmatrix}$$


Wyznaczanie współczynników funkcji kształtu

$$u_i := \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad a_i := \text{lsolve}(Ma, u_i) \quad a_i = \begin{bmatrix} 1 \\ -0.02 \\ -0.033 \\ 6.667 \cdot 10^{-4} \end{bmatrix}$$

$$u_j := \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad a_j := \text{lsolve}(Ma, u_j) \quad a_j = \begin{bmatrix} 0 \\ 0.02 \\ 0 \\ -6.667 \cdot 10^{-4} \end{bmatrix}$$

$$u_k := \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} \quad a_k := \text{lsolve}(Ma, u_k) \quad a_k = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 6.667 \cdot 10^{-4} \end{bmatrix}$$

$$u_l := \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad a_l := \text{lsolve}(Ma, u_l) \quad a_l = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0.033 \\ -6.667 \cdot 10^{-4} \end{bmatrix}$$

$$N_i(x, y) := N(x, y) \cdot a_i \quad - \text{funkcja kształtu węzła "i"}$$

$$N_k(x, y) := N(x, y) \cdot a_k \quad - \text{funkcja kształtu węzła "k"}$$

$$N_j(x, y) := N(x, y) \cdot a_j \quad - \text{funkcja kształtu węzła "j"}$$

$$N_l(x, y) := N(x, y) \cdot a_l \quad - \text{funkcja kształtu węzła "l"}$$

Macierz geometryczna węzła

$$Ba(a,x,y)=\begin{bmatrix}a_2+y\cdot a_4&0\\0&a_3+x\cdot a_4\\a_3+x\cdot a_4&a_2+y\cdot a_4\end{bmatrix}$$

----->

$$Ba(a,x,y):=\begin{bmatrix}dNx(x,y)\cdot a&0\\0&dNy(x,y)\cdot a\\dNy(x,y)\cdot a&dNx(x,y)\cdot a\end{bmatrix}$$

Macierz geometryczna elementu

$B(x,y):=augment(Ba(ai,x,y),Ba(aj,x,y),Ba(ak,x,y),Ba(al,x,y))$

Wektor funkcji odkształceń elementu LSQ

$\varepsilon(x,y):=B(x,y)\cdot u$

$n:=1..Lss$

$$\varepsilon x(x,y):=\sum_n\left(B(x,y)_{1,n}\cdot u_n\right)$$

$$\varepsilon y(x,y):=\sum_n\left(B(x,y)_{2,n}\cdot u_n\right)$$

$$\gamma xy(x,y):=\sum_n\left(B(x,y)_{3,n}\cdot u_n\right)$$

$$x0:=\frac{Lx}{2}$$

$$y0:=\frac{Ly}{2}$$

- współrzędne środka elementu

Odkształcenia w środku elementu

$$\varepsilon x(x0,y0)=0.030000$$

$$\varepsilon y(x0,y0)=-0.033333$$

$$\gamma xy(x0,y0)=0.016667$$